Bu kitaba sığmayan daha neler var!

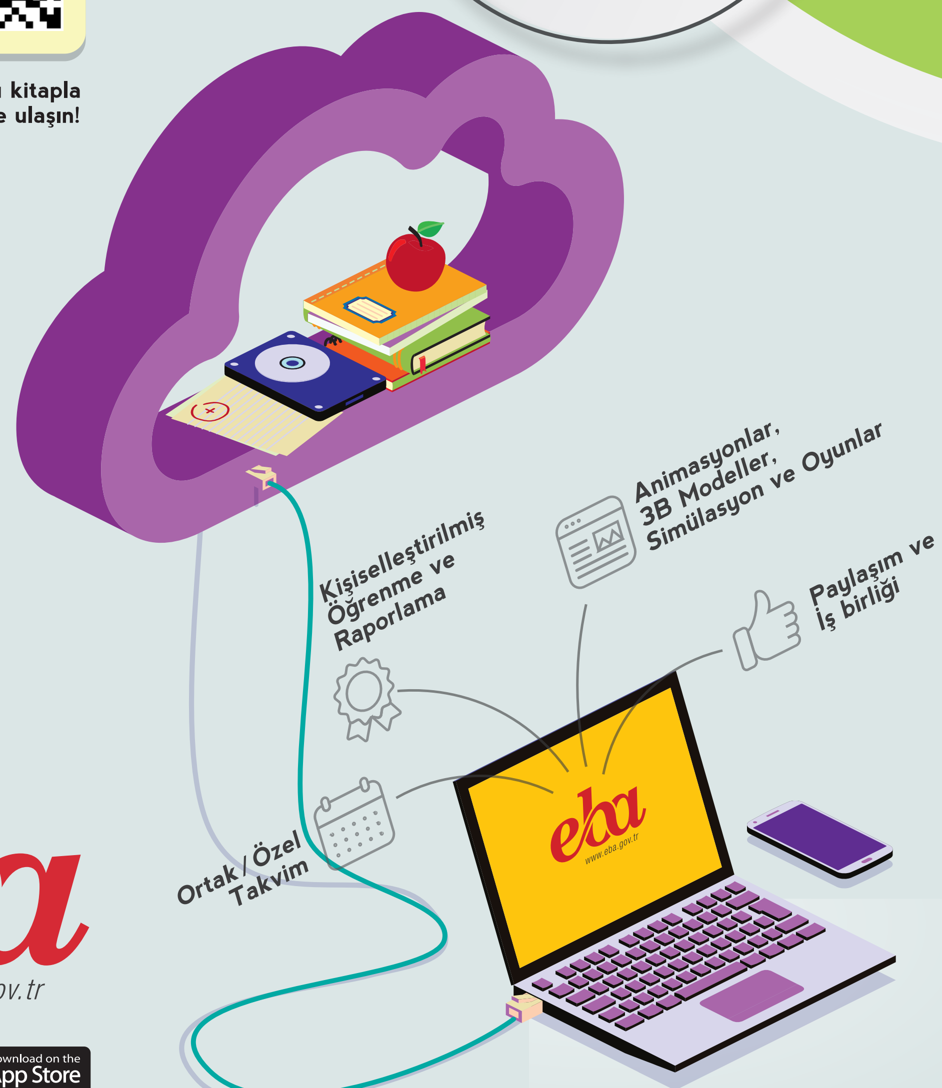
Karekodu okutun, bu kitapla ilgili EBA içeriklerine ulaşın!

ÖDS

ÖĞRENCİ/ÖĞRETMEN DESTEK SİSTEMİ

https://ods.eba.gov.tr

- Konu Anlatımlı Ders Videoları
- Soru Çözüm Videoları
- Ders Anlatım Videoları
- Çoktan Seçmeli Sorular



eba
www.eba.gov.tr

Google play
App Store

40181 700982

BU DERS KİTABI MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞINCA ÜCRETSİZ OLARAK VERİLMİŞTİR.
PARA İLE SATILAMAZ.

ISBN: 978-975-11-6696-8

Bandrol Uygulamasına İlişkin Usul ve Esaslar Hakkında Yönetmelik'in 5'inci Maddesinin İkinci Fıkrası Çerçevesinde Bandrol Taşıması Zorunlu Değildir.

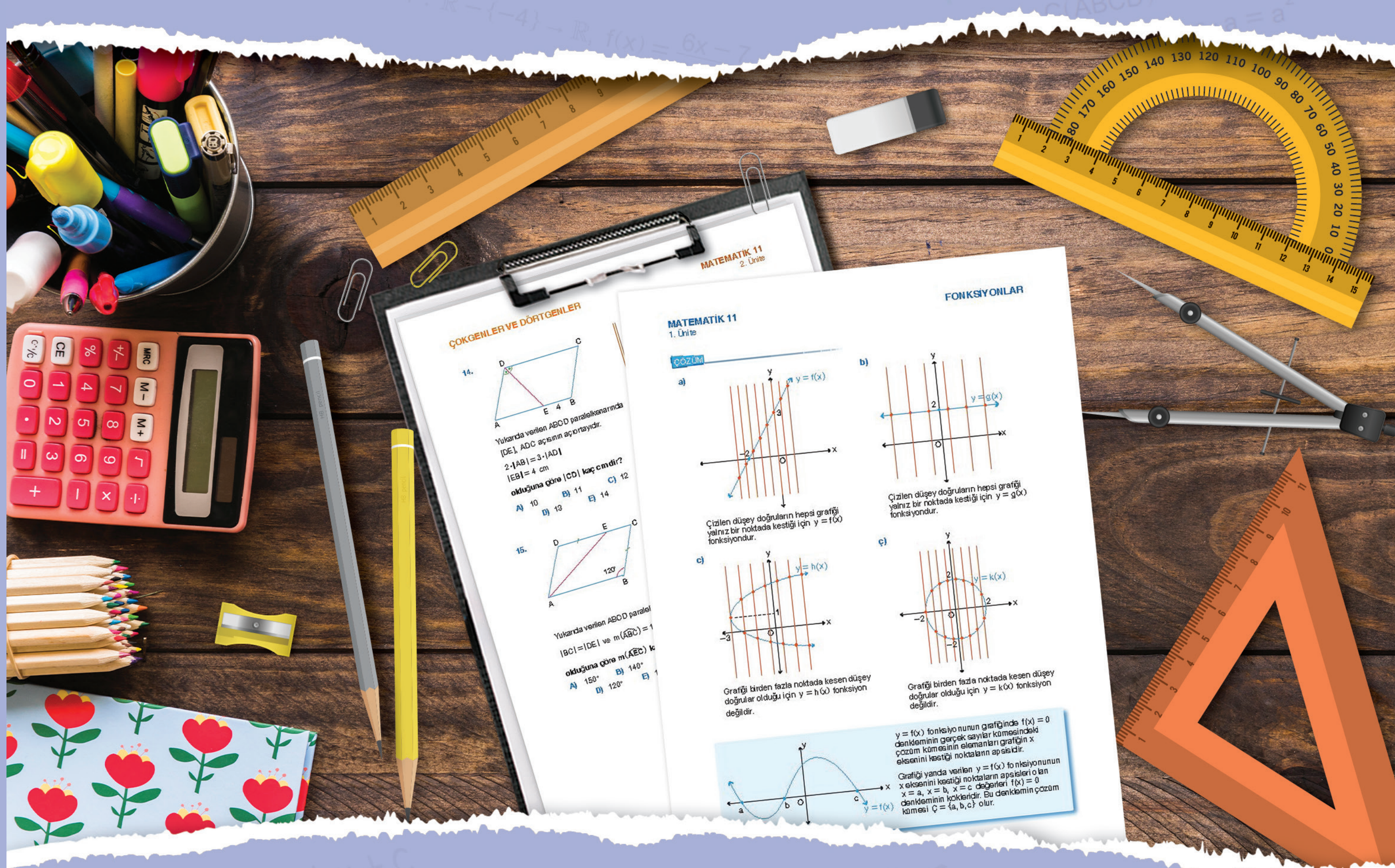
MESLEKİ EĞİTİM MERKEZLERİ MATEMATİK 11. SINIF DERS KİTABI

MESLEKİ EĞİTİM MERKEZLERİ

MATEMATİK

Ders Kitabı

11



MESLEKİ EĞİTİM MERKEZLERİ

MATEMATİK

11

DERS KİTABI

YAZARLAR

Gökhan GÜNEŞ
Melike KARABULUT
Vedat GÜLMEZ

DEVLET KİTAPLARI

MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI YAYINLARI ....: 8720
YARDIMCI VE KAYNAK KİTAPLAR DİZİSİ ....: 2605

HAZIRLAYANLAR

Editör
Prof. Dr. Ali GÜVEN

Dil Uzmanı
Duygu TAYHANİ KUŞ

Program Geliştirme Uzmanı
Prof. Dr. Erdoğan TEZCİ

Rehberlik ve Psikolojik Danışmanlık Uzmanı
İlyas TİPİ

Görsel Tasarım Uzmanı
Sertan AKSAKAL

Grafik Tasarım Uzmanı
Rahman ÖZDEMİR

Bu kitap Mesleki Eğitim Merkezleri diploma fark derslerine yönelik 11. sınıf, 3 saatlik matematik dersi için hazırlanmıştır.

ISBN 978-975-11-6696-8

Millî Eğitim Bakanlığının 26/12/2022 gün ve 66759109 sayılı oluru ile Mesleki ve Teknik Eğitim Genel Müdürlüğünce öğretim materyali olarak hazırlanmıştır.

İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl.
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Huda,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlâhî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerîhamdan İlâhî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'şım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

Mehmet Âkif Ersoy

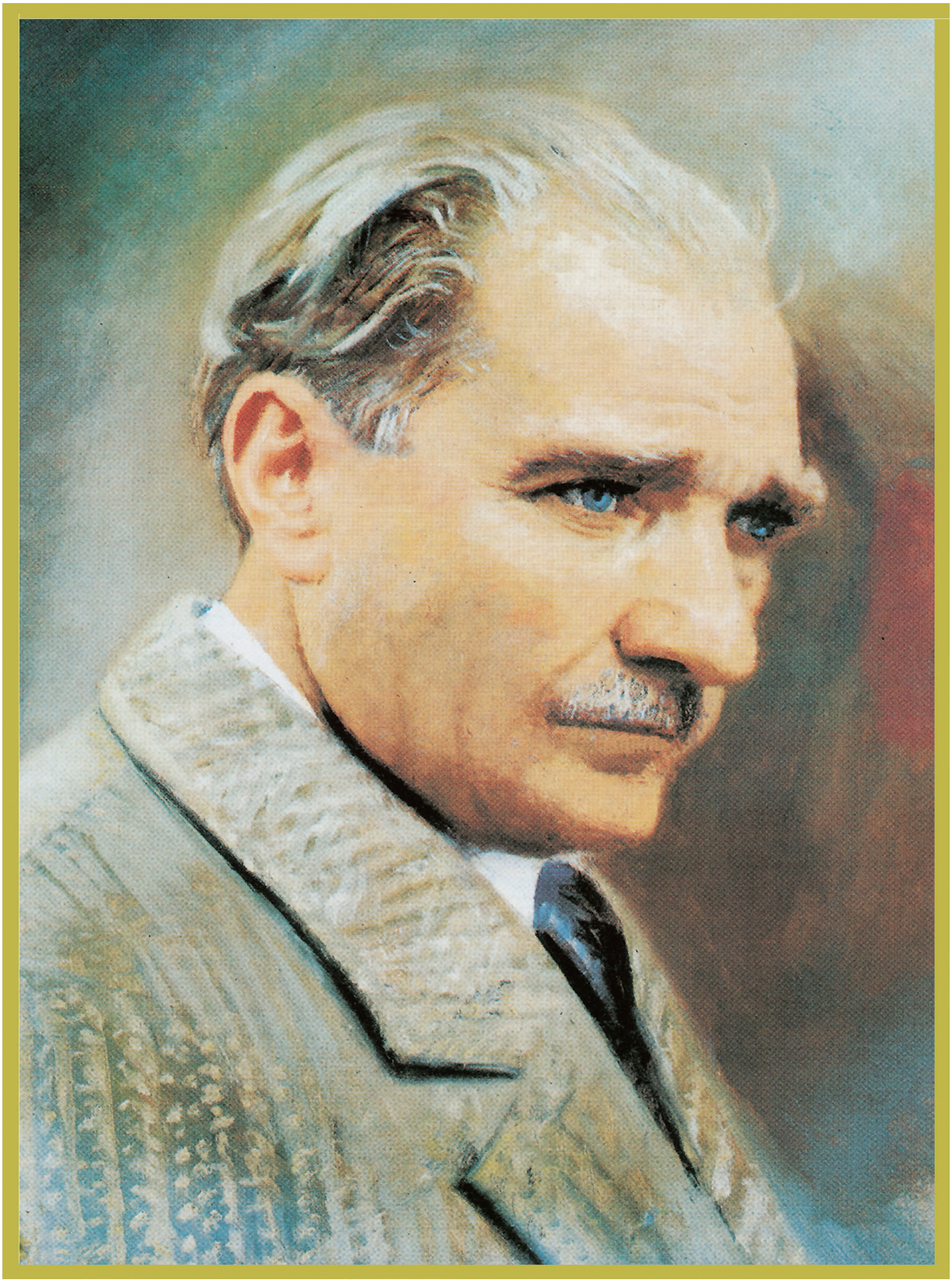
GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrum etmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namüsait bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

Mustafa Kemal Atatürk



MUSTAFA KEMAL ATATÜRK

İÇİNDEKİLER

SEMBOLLER VE GÖSTERİMLER

$=$	:	eşit
$\neq$	:	eşit değil
$\in$	:	elemanı
$\varnothing, \{\ \}$	:	boş küme
$\subseteq$	:	alt küme
$\cap$	:	kesişim
$\cup$	:	birleşim
$\mathbb{N}$	:	doğal sayılar
$\mathbb{Z}$	:	tam sayılar
$\mathbb{Q}$	:	rasyonel sayılar
$\mathbb{R}$	:	gerçek (reel) sayılar
$\perp$	:	dik
$f: A \to B$	:	A kümesinden B kümesine fonksiyon
$f(A)$	:	A kümesinin f fonksiyonu altındaki görüntüsü
$y = f(x)$	:	x i y ile eşleyen f fonksiyonu
$f + g$	:	f ve g fonksiyonlarının toplamı
$f - g$	:	f ve g fonksiyonlarının farkı
$f \cdot g$	:	f ve g fonksiyonlarının çarpımı
$\frac{f}{g}$	:	f ve g fonksiyonlarının bölümü
$[AB]$	:	AB doğru parçası
$[AB$	:	AB ışını
$\lvert AB \rvert$	:	AB doğru parçasının uzunluğu
$\widehat{A}$	:	A açısı
$m(\widehat{A})$	:	A açısının ölçüsü
$m(\widehat{ABC})$	:	ABC açısının ölçüsü
$\overset{\triangle}{ABC}$	:	ABC üçgeni
$Ç(\overset{\triangle}{ABC})$	:	ABC üçgeninin çevresi
$A(\overset{\triangle}{ABC})$	:	ABC üçgeninin alanı
$/\!/$	:	paralel

KİTABIN TANITIMI

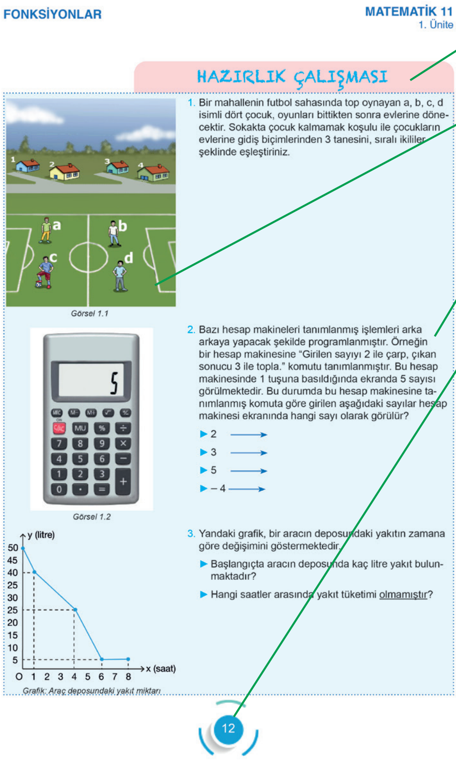
Hazırlık çalışması alanını gösterir.

Hazırlık çalışmalarının görsellerini gösterir.

Hazırlık çalışması madde kökünü gösterir.

Sayfa numarasını gösterir.

Sınıf düzeyini gösterir.



FONKSİYONLAR MATEMATİK 11 1. Ünite

HAZIRLIK ÇALIŞMASI

1. Bir mahallenin futbol sahasında top oynayan a, b, c, d isimli dört çocuk, oyunları bittikten sonra evlerine dönecektir. Sokakta çocuk kalmamak koşulu ile çocukların evlerine gidiş biçimlerinden 3 tanesini, sıralı ikililer şeklinde eşleştiriniz.

Görsel 1.1

2. Bazı hesap makineleri tanımlanmış işlemleri arka arkaya yapacak şekilde programlanmıştır. Örneğin bir hesap makinesine "Girilen sayıyı 2 ile çarp, çıkan sonucu 3 ile topla." komutu tanımlanmıştır. Bu hesap makinesinde 1 tuşuna basıldığında ekranda 5 sayısı görülmektedir. Bu durumda bu hesap makinesine tanımlanmış komuta göre girilen aşağıdaki sayılar hesap makinesi ekranında hangi sayı olarak görülür?

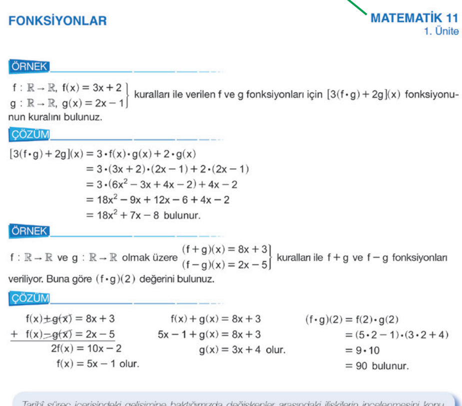
- 2 ⟶
- 3 ⟶
- 5 ⟶
- − 4 ⟶

Görsel 1.2

3. Yandaki grafik, bir aracın deposundaki yakıtın zamana göre değişimini göstermektedir.
   - Başlangıçta aracın deposunda kaç litre yakıt bulunmaktadır?
   - Hangi saatler arasında yakıt tüketimi olmamıştır?

Grafik: Araç deposundaki yakıt miktarı

12



FONKSİYONLAR MATEMATİK 11 1. Ünite

ÖRNEK

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=3x+2$, $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ g(x)=2x-1$ kuralları ile verilen f ve g fonksiyonları için $[3(f\cdot g)+2g](x)$ fonksiyonunun kuralını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$[3(f\cdot g)+2g](x)=3\cdot f(x)\cdot g(x)+2\cdot g(x)$$
$$=3\cdot(3x+2)\cdot(2x-1)+2\cdot(2x-1)$$
$$=3\cdot(6x^2-3x+4x-2)+4x-2$$
$$=18x^2-9x+12x-6+4x-2$$
$$=18x^2+7x-8 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ve $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ olmak üzere $(f+g)(x)=8x+3$, $(f-g)(x)=2x-5$ kuralları ile $f+g$ ve $f-g$ fonksiyonları veriliyor. Buna göre $(f\cdot g)(2)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$f(x)+\cancel{g(x)}=8x+3$
$+\ f(x)-\cancel{g(x)}=2x-5$
$2f(x)=10x-2$
$f(x)=5x-1$ olur.

$f(x)+g(x)=8x+3$
$5x-1+g(x)=8x+3$
$g(x)=3x+4$ olur.

$(f\cdot g)(2)=f(2)\cdot g(2)$
$=(5\cdot2-1)\cdot(3\cdot2+4)$
$=9\cdot10$
$=90$ bulunur.

Tarihî süreç içerisindeki gelişimine baktığımızda değişkenler arasındaki ilişkilerin incelenmesini konu edinen çalışmaların fonksiyon kavramının doğuşuna öncülük ettiğini görmekteyiz. Fonksiyon düşüncesi ilk olarak 16. yüzyılda Galileo'nun (Galileo) öncülük ettiği devinim ve hareketin (motion) incelenmesini konu edinen bilimsel bir program çerçevesinde yürütülen çalışmalar esnasında fark edilmiştir.

Bu aşamada değişkenler arasındaki ilişkilerin daha çok eğri grafiklerinden oluşan geometrik ortamlarda ve sınırlı aralıklarda incelenmesi söz konusudur. Takip eden yıllarda Euler (Öyler), Bernoulli (Bernolli), Leibniz (Laypniz) ve Fourier (Furie) gibi birçok bilim insanı tarafından yapılmış olan çalışmalar fonksiyon kavramının gelişimine önemli katkılar sunmuştur. Fonksiyon kavramıyla ilişkili olarak sabit terim, değişken ve parametre kavramları da yine Leibniz tarafından literatüre kazandırılmıştır. Bu süreçte genişlemiş değişkenler arasındaki ilişkiler sadece grafiksel değil aynı zamanda analitik (cebirsel) ortamlarda da incelenmeye başlanmış ve bu incelemeler sonsuz sayıdaki değerler için yapılmıştır.

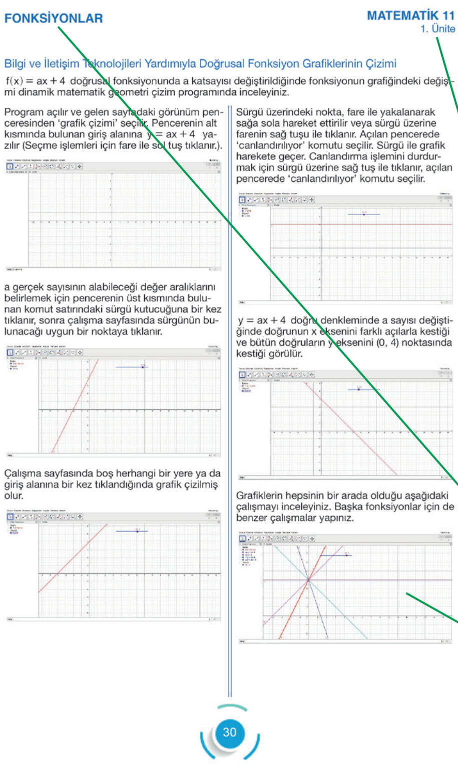
1837 yılında Drichlet (Dirihlet) tarafından bugünkü matematik kitaplarında gizli bir şekilde varlığını sürdüren ve değişkenler arası ilişki mantığı üzerine bina edilmiş olan fonksiyon tanımı sunulmuştur.

Cantor (Kantor) tarafından kümeler teorisinin ortaya atılmasıyla birlikte fonksiyon kavramının gelişim süreci yeni bir boyut kazanmış ve fonksiyon iki kümenin elemanları arasında yapılan eşlemeler olarak algılanmaya başlanmıştır (Ponte (Ponte), 1992). Bu yeni anlayışla birlikte küme kavramı işin içerisine girmiş ve değişkenler arasındaki ilişkilerin incelenmesinin ancak bir fonksiyonun tanımlı olduğu kümeler için mümkün olabileceği düşüncesi kabul edilmiştir. 1939 yılında ise Bourbaki (Burbaki) fonksiyon kavramını iki kümenin elemanları arasında eşlemeler yapan özel bir bağıntı olarak tanımlamıştır.

Yapılan bu son tanımlama günümüz modern matematik kitaplarında okutulmakta olan fonksiyon düşüncesini içermektedir.

(Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 2013, Cilt: 29, Sayı: 1, Sayfa: 2)

26



FONKSİYONLAR MATEMATİK 11 1. Ünite

Bilgi ve İletişim Teknolojileri Yardımıyla Doğrusal Fonksiyon Grafiklerinin Çizimi

$f(x)=ax+4$ doğrusal fonksiyonunda a katsayısı değiştirildiğinde fonksiyonun grafiğindeki değişimi dinamik matematik geometri çizim programında inceleyiniz.

Program açılır ve gelen sayfadaki görünüm penceresinden 'grafik çizimi' seçilir. Pencerenin alt kısmında bulunan giriş alanına $y=ax+4$ yazılır (Seçme işlemleri için fare ile sol tuş tıklanır.).

a gerçek sayısının alabileceği değer aralıklarını belirlemek için pencerenin üst kısmında bulunan komut satırındaki sürgü kutucuğuna bir kez tıklanır, sonra çalışma sayfasında sürgünün bulunacağı uygun bir noktaya tıklanır.

Çalışma sayfasında boş herhangi bir yere ya da giriş alanına bir kez tıklandığında grafik çizilmiş olur.

Sürgü üzerindeki nokta, fare ile yakalanarak sağa sola hareket ettirilir veya sürgü üzerine farenin sağ tuşu ile tıklanır. Açılan pencerede 'canlandırılıyor' komutu seçilir. Sürgü ile grafik harekete geçer. Canlandırma işlemini durdurmak için sürgü üzerine sağ tuş ile tıklanır, açılan pencerede 'canlandırılıyor' komutu seçilir.

$y=ax+4$ doğru denkleminde a sayısı değiştiğinde doğrunun x eksenini farklı açılarla kestiği ve bütün doğruların y eksenini (0, 4) noktasında kestiği görülür.

Grafiklerin hepsinin bir arada olduğu aşağıdaki çalışmayı inceleyiniz. Başka fonksiyonlar için de benzer çalışmalar yapınız.

30

Ünite düzeyini gösterir.

Tarihî kişiler ve bilgilerini gösterir.

Ünite adını gösterir.

Dinamik matematik programının ekran görüntüsünü gösterir.

Ölçme ve değerlendirme bölümünü gösterir.

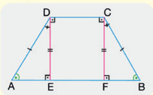
Madde numaralarını gösterir.

Konu ile ilgili özellik kutusunu gösterir.

Konu ile ilgili sonuç kutusunu gösterir.

ÇOKGENLER VE DÖRTGENLER MATEMATİK 11 2. Ünite

Sonuç



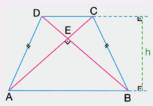
ABCD ikizkenar yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$ ve $|AD| = |BC|$ olsun.

C ve D noktalarından AB kenarına $[CF]$ ve $[DE]$ yükseklikleri çizilirse

$|EF| = |CD|$

$|AE| = |FB| = \frac{|AB| - |DC|}{2}$ olur.

Özellik



ABCD ikizkenar yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$, $|AD| = |BC|$, h yükseklik ve $[AC]$ ve $[BD]$ köşegenlerdir.

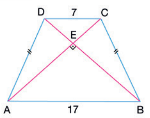
$[AC] \perp [BD]$ ise $h = \frac{|AB| + |DC|}{2}$ olur.

Bu durumda

$A(ABCD) = \frac{|AB| + |DC|}{2} \cdot h$

$= h^2$ olur.

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD ikizkenar yamuğunda $[AC]$ ve $[BD]$ köşegen

$[AB] \parallel [DC]$, $[AC] \perp [BD]$

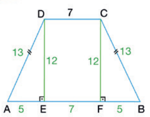
$|AD| = |BC|$

$|AB| = 17$ cm

$|DC| = 7$ cm

olduğuna göre ABCD yamuğunun alanının kaç santimetrekare ve çevresinin kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD ikizkenar yamuğunun köşegenleri dik kesiştiğinden yamuğun yüksekliği

$h = \frac{|AB| + |DC|}{2} = \frac{17 + 7}{2} = 12$ cm

yamuğun alanı

$A(ABCD) = h^2 = 12^2 = 144$ cm^2 bulunur.

ABCD ikizkenar yamuğunda C ve D noktalarından AB kenarına $[CF]$ ve $[DE]$ yükseklikleri çizilirse $|AE| = |FB| = \frac{|AB| - |DC|}{2} = \frac{17 - 7}{2} = 5$ cm olur.

112

FONKSİYONLAR MATEMATİK 11 1. Ünite

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

A) ***1- 5. cümlelerde boş bırakılan yerlere uygun sözcükleri yazınız.***

1. $f: A \to B$ fonksiyonunda A kümesi fonksiyonun .... kümesi, B kümesi fonksiyonun .... kümesidir.
2. Bir fonksiyonda değer kümesinde en az bir eleman açıkta kalıyorsa bu fonksiyon .... fonksiyondur.
3. Her elemanı kendisine eşleyen fonksiyona .... denir.
4. Bir fonksiyonda değer kümesinde açıkta eleman kalmıyorsa bu fonksiyon .... fonksiyondur.
5. Grafiği verilen bir ifadenin fonksiyon olup olmadığını belirtmek için uygulanan teste .... denir.

B) ***6. soruda verilen ifadelerin önlerindeki parantez içlerine doğru olanlar için D, yanlış olanlar için Y yazınız.***

6. ( ) Bir fonksiyon, tanım kümesinin her bir elemanını değer kümesinin bir elemanı ile eşler.
   - ( ) $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $f(x) = x - 1$ ifadesi verilen tanım aralığında bir fonksiyon belirtir.
   - ( ) Bir fonksiyonda değer kümesinde açıkta eleman kalmıyorsa bu fonksiyon örtendir.
   - ( ) $f: A \to B$ fonksiyonunda A kümesi fonksiyonun tanım kümesi, B kümesi fonksiyonun görüntü kümesidir.
   - ( ) Aynı tanım kümesine sahip iki farklı fonksiyonun değer kümeleri aynı ise bu fonksiyonlar eşit fonksiyonlardır.
   - ( ) $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $f(x) = x + 3$ kuralı ile verilen f fonksiyonu bire bir ve örtendir.
   - ( ) Birim fonksiyonun tanım kümesi ile görüntü kümesi eşittir.
   - ( ) Bir fonksiyonda değer kümesinde en az bir eleman açıkta kalıyorsa bu fonksiyon içine fonksiyondur.

40

MATEMATİK 11 2. Ünite ÇOKGENLER VE DÖRTGENLER

11.2.1. ÇOKGENLER

11.2.1.1. Çokgenler ve Temel Elemanları

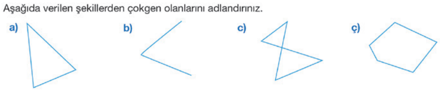
$n \geq 3$, $n \in \mathbb{N}$ ve $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ herhangi üçü doğrusal olmayan n tane nokta olsun. Bu noktaların ardışık olarak $[A_1A_2]$, $[A_2A_3]$, $[A_3A_4]$, ..., $[A_{n-1}A_n]$, $[A_nA_1]$ doğru parçaları ile birleştirilmesiyle elde edilen, yalnız bir kapalı bölgeye sahip geometrik şekle $A_1A_2A_3\ldots A_n$ **çokgeni** veya **n-gen** denir.

$A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ noktalarına **çokgenin köşeleri**, $[A_1A_2]$, $[A_2A_3]$, $[A_3A_4]$, ..., $[A_{n-1}A_n]$, $[A_nA_1]$ doğru parçalarına ise **çokgenin kenarları** denir.

Çokgenler kenar sayılarına göre adlandırılır: Üç kenarlı çokgene **üçgen**, dört kenarlı çokgene **dörtgen**, beş kenarlı çokgene **beşgen** ve n kenarlı çokgene **n-gen** denir.

ÖRNEK

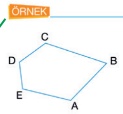
Aşağıda verilen şekillerden çokgen olanlarını adlandırınız.



ÇÖZÜM

- a) Verilen şekil bir çokgen olup üçgen olarak adlandırılır.
- b) Verilen şekil bir kapalı bölge oluşturmadığından çokgen değildir.
- c) Verilen şekil iki kapalı bölge oluşturduğundan çokgen değildir.
- ç) Verilen şekil bir çokgen olup beşgen olarak adlandırılır.

ÖRNEK



Yanda verilen çokgenin köşelerini ve kenarlarını yazınız.

ÇÖZÜM

Verilen çokgen ABCDE beşgenidir.

A, B, C, D ve E noktaları çokgenin köşeleridir.

$[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DE]$ ve $[EA]$ doğru parçaları çokgenin kenarlarıdır.

49

Konu başlıklarını gösterir.

Konu alt başlıklarını gösterir.

Konu ile ilgili tanım kutusunu gösterir.

Örnek soru alanlarını gösterir.

Örnek soru çözüm alanlarını gösterir.

11.1. FONKSİYONLAR

KAZANIMLAR

11.1.1. FONKSİYON KAVRAMI VE GÖSTERİMİ

Bu ünitede fonksiyon, tanım kümesi, değer kümesi, görüntü kümesi, fonksiyon grafiği, sabit fonksiyon, içine fonksiyon, örten fonksiyon, bire bir fonksiyon, eşit fonksiyon, birim fonksiyon ve doğrusal fonksiyon kavramlarını öğreneceksiniz.

HAZIRLIK ÇALIŞMASI

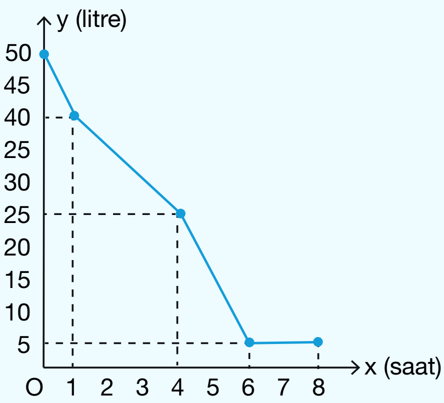
Görsel 1.1

1. Bir mahallenin futbol sahasında top oynayan a, b, c, d isimli dört çocuk, oyunları bittikten sonra evlerine dönecektir. Sokakta çocuk kalmamak koşulu ile çocukların evlerine gidiş biçimlerinden 3 tanesini, sıralı ikililer şeklinde eşleştiriniz.

Görsel 1.2

2. Bazı hesap makineleri tanımlanmış işlemleri arka arkaya yapacak şekilde programlanmıştır. Örneğin bir hesap makinesine “Girilen sayıyı 2 ile çarp, çıkan sonucu 3 ile topla.” komutu tanımlanmıştır. Bu hesap makinesinde 1 tuşuna basıldığında ekranda 5 sayısı görülmektedir. Bu durumda bu hesap makinesine tanımlanmış komuta göre girilen aşağıdaki sayılar hesap makinesi ekranında hangi sayı olarak görülür?

- 2 ⟶
- 3 ⟶
- 5 ⟶
- − 4 ⟶



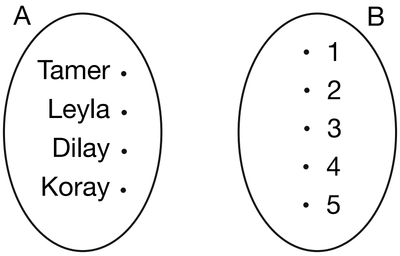
Grafik: Araç deposundaki yakıt miktarı

3. Yandaki grafik, bir aracın deposundaki yakıtın zamana göre değişimini göstermektedir.
   - Başlangıçta aracın deposunda kaç litre yakıt bulunmaktadır?
   - Hangi saatler arasında yakıt tüketimi <u>olmamıştır</u>?

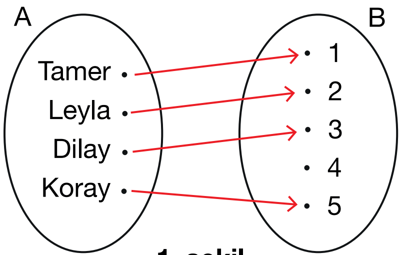
11.1.1. FONKSİYON KAVRAMI VE GÖSTERİMİ

11.1.1.1. Fonksiyonlarla İlgili Hesaplamalar

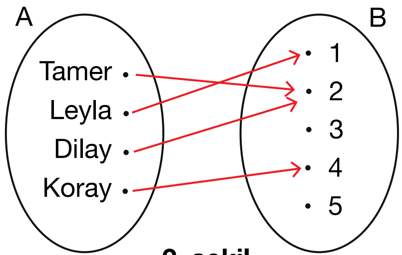
Beş daireli bir apartmanın bahçesinde oynayan dört çocuk oyunları bitince evlerine gidecektir. Çocukların bulunduğu küme A, daire numaralarının bulunduğu küme de B kümesi olsun.



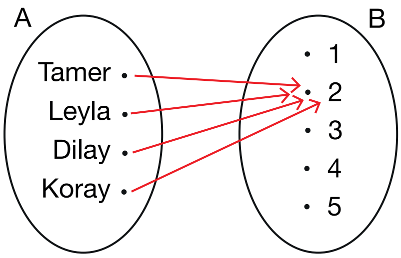
Buna göre A kümesindeki elemanları hiçbiri açıkta kalmayacak şekilde B kümesinin elemanları ile eşleyelim.



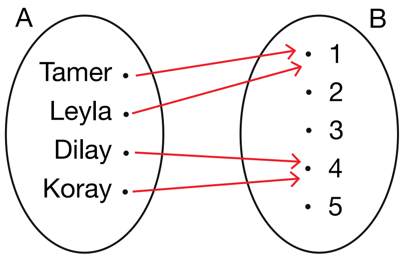
1. şekil



2. şekil

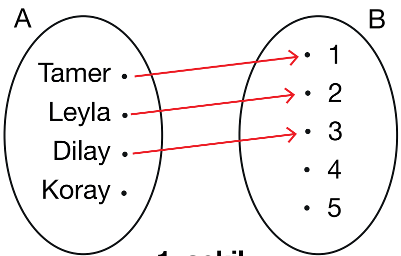


3. şekil

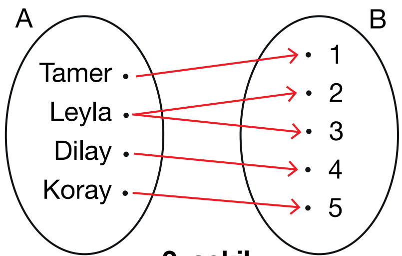


4. şekil

Yukarıdaki eşleştirmeler incelendiğinde A kümesinde açıkta eleman kalmamış ve her bir eleman B kümesindeki elemanlardan biri ile eşleşmiştir. Bu nedenle her bir eşleşme istenen koşula uygundur ve mantığa aykırı bir durum yoktur.



1. şekil



2. şekil

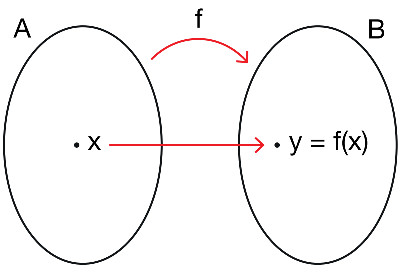
Yukarıdaki eşleşmeler incelendiğinde 1. şekilde A kümesinde açıkta eleman kaldığından istenen kurala uygun değildir. 2. şekilde A kümesindeki bir eleman B kümesinde iki ayrı eleman ile eşleştiğinden mantığa uygun değildir. Çünkü bir kişi aynı anda iki farklı yerde olamaz.

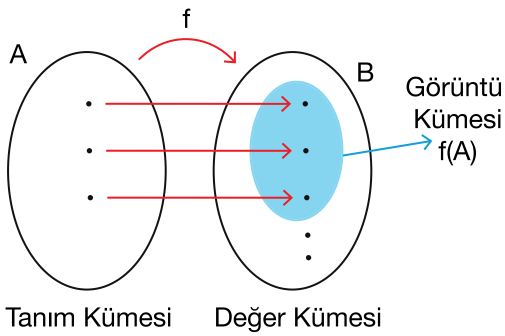
Fonksiyon

A ve B boş kümeden farklı iki küme olmak üzere A kümesinin her bir elemanını B kümesinin bir ve yalnız bir elemanı ile eşleyen ilişkiye A dan B ye tanımlı bir **fonksiyon** denir. Fonksiyonlar genellikle f, g, h, ... gibi semboller ile gösterilir.

Bir A kümesinden bir B kümesine tanımlı f fonksiyonu $f: A \rightarrow B$ ile gösterilir. A kümesine f fonksiyonunun **tanım kümesi**, B kümesine de f fonksiyonunun **değer kümesi** denir.
$f(A) = \{f(x) \mid x \in A\}$ kümesine ise f fonksiyonunun **görüntü kümesi** denir ve $f(A)$ ile gösterilir. $f(A) \subseteq B$ dir.

$f: A \rightarrow B,$
$x \rightarrow y = f(x)$



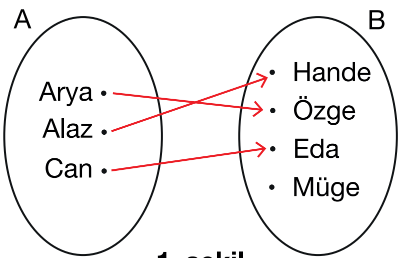


Fonksiyon Olma Şartı

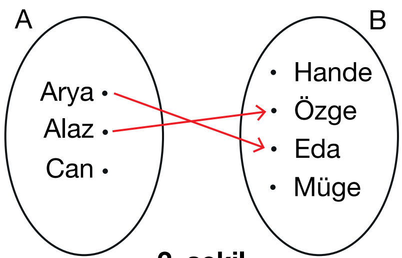
1. Tanım kümesinde açıkta eleman kalmamalıdır.
2. Tanım kümesindeki her bir elemanın değer kümesinde bir ve yalnız bir görüntüsü olmalıdır.

ÖRNEK

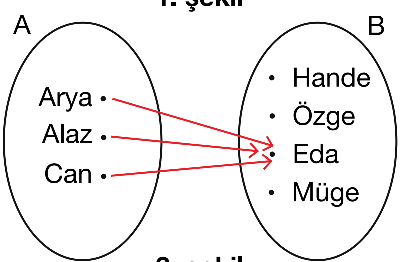
A kümesi çocuklardan, B kümesi de annelerden oluştuğuna göre aşağıda verilen eşleşmelerin fonksiyon olup olmadığını bulunuz.



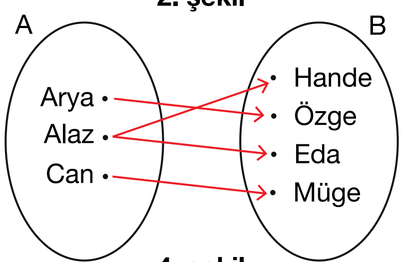
1. şekil



2. şekil



3. şekil



4. şekil

ÇÖZÜM

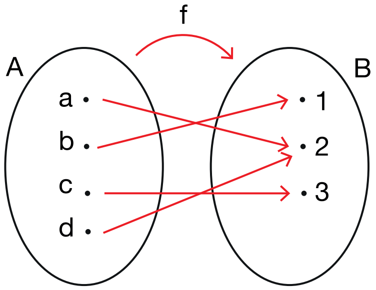
1 ve 3. şekilde eşleştirilmemiş çocuk olmadığından ve her çocuk yalnız bir anne ile eşleştirildiğinden 1 ve 3. şekildeki eşleştirmeler fonksiyon ifade eder.

2. şekilde eşleştirilmemiş çocuk olduğundan ve 4. şekilde bir çocuk iki farklı anne ile eşleştirildiğinden 2 ve 4. şekildeki eşleştirmeler fonksiyon ifade etmez.

Fonksiyonların Gösteriliş Biçimleri

1. Venn Şeması Yöntemi
2. Liste Yöntemi
3. Grafik Yöntemi

ÖRNEK



Yanda Venn şeması ile $f: A \to B$ fonksiyonu gösterilmektedir. f fonksiyonunu liste yöntemi ile gösteriniz.

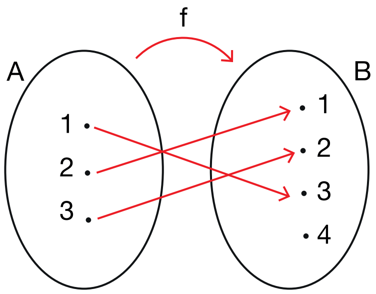
ÇÖZÜM

A kümesinin (tanım kümesi) her elemanının B kümesindeki (değer kümesi) görüntüsünün sıralı ikililer şeklinde yazılmasıyla fonksiyon liste yöntemi ile gösterilmiş olur.

$f(a) = 2,\ f(b) = 1,\ f(c) = 3,\ f(d) = 2$ olduğundan f fonksiyonu liste yöntemi ile

$f = \{(a,2),(b,1),(c,3),(d,2)\}$ şeklinde yazılır.

ÖRNEK

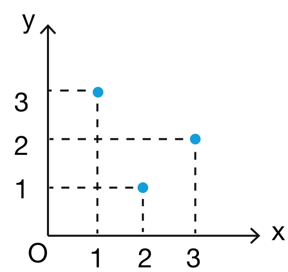


Yandaki Venn şeması ile verilen $f: A \to B$ fonksiyonunu liste ve grafik yöntemleriyle gösteriniz.

ÇÖZÜM

$f(1) = 3,\ f(2) = 1$ ve $f(3) = 2$ olduğundan f fonksiyonu liste yöntemi ile $f = \{(1,3),(2,1),(3,2)\}$ şeklinde yazılır.

Liste yöntemi ile yazılan fonksiyonun her elemanı analitik düzlemde bir nokta belirtir. Tanım kümesi x eksenini, değer kümesi y eksenini temsil edecek şekilde fonksiyonun sıralı ikilileri analitik düzlemde işaretlenir ve grafik yöntemiyle yandaki gibi gösterilmiş olur.



ÖRNEK

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b, c, d\}$ olmak üzere aşağıda liste ile verilen ifadeleri Venn şeması ile göstererek hangilerinin A dan B ye tanımlı bir fonksiyon olduğunu belirtiniz.

a) $f = \{(1, a), (2, c)\}$

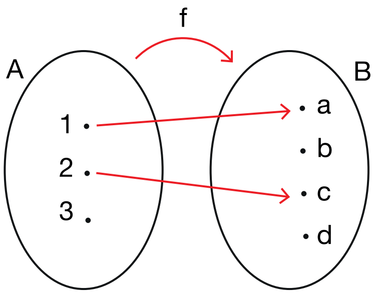
b) $g = \{(1, c), (2, c), (3, c)\}$

c) $h = \{(1, a), (1, d), (2, b), (3, c)\}$

ç) $t = \{(1, d), (2, a), (3, d)\}$

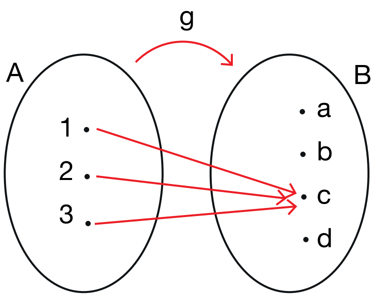
ÇÖZÜM

a)



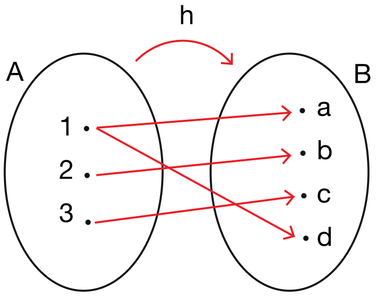
Yandaki eşleştirmede tanım kümesinin elemanı olan 3 açıkta kaldığından f fonksiyon değildir.

b)



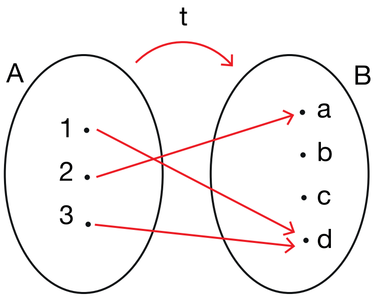
Yandaki eşleştirmeye göre g fonksiyondur.

c)



Yandaki eşleştirmede A kümesi elemanlarından 1 in iki görüntüsü olduğundan h fonksiyon değildir.

ç)



Yandaki eşleştirmeye göre t fonksiyondur.

ÖRNEK

Aşağıda verilen ifadelerin bir fonksiyon belirtip belirtmediğini bulunuz.

a) $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N},\ f(x) = 5x + 3$

b) $g : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z},\ g(x) = \dfrac{x+3}{7}$

c) $h : \mathbb{Z} \to \mathbb{Q},\ h(x) = \dfrac{x+3}{5}$

ç) $k : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ k(x) = \dfrac{x+5}{x-3}$

d) $t : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ t(x) = \sqrt{x} + 7$

ÇÖZÜM

a) Tanım kümesinden x yerine yazılacak her doğal sayının görüntüsü yine bir doğal sayı olduğundan f bir fonksiyondur.

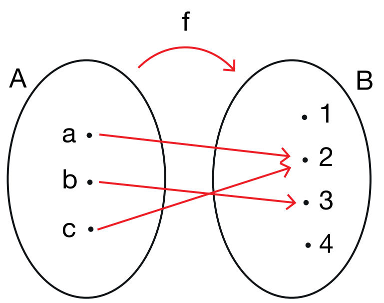
b) Tanım kümesinden 1 tam sayısı x yerine yazıldığında elde edilen $\frac{4}{7}$ değeri tam sayı olmadığından 1 açıkta kalmıştır. Dolayısıyla g fonksiyon değildir.

c) Tanım kümesinden x yerine yazılacak her tam sayı için görüntü kümesinin elemanları rasyonel sayı olduğundan h bir fonksiyondur.

ç) Tanım kümesinin elemanlarından 3 için ifade tanımsız olur. Dolayısıyla k fonksiyon değildir.

d) Tanım kümesindeki negatif değerler için $\sqrt{x} + 7$ gerçek sayı olmadığından t fonksiyon değildir.

ÖRNEK



Yanda şema ile verilen f fonksiyonunun tanım kümesini, değer kümesini ve görüntü kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

Fonksiyonun tanım kümesi $A = \{a, b, c\}$, fonksiyonun değer kümesi $B = \{1, 2, 3, 4\}$ kümeleridir.

a nın f fonksiyonu altındaki görüntüsü (değeri) $f(a) = 2$

b nin f fonksiyonu altındaki görüntüsü (değeri) $f(b) = 3$

c nin f fonksiyonu altındaki görüntüsü (değeri) $f(c) = 2$

olduğundan f fonksiyonunun görüntü kümesi $f(A) = \{2, 3\}$ bulunur.

ÖRNEK

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 3$ olduğuna göre $f(5)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$f(5)$ değerini bulmak için fonksiyonda x yerine 5 yazılır.

$f(x) = 2x + 3$

$f(5) = 2 \cdot 5 + 3$

$f(5) = 13$ bulunur.

ÖRNEK

$f : \mathbb{R} - \{-3\} \to \mathbb{R}$, $f(x+5) = \dfrac{5x-1}{x+3}$ olduğuna göre $f(7)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$f(7)$ değerini bulmak için fonksiyonda x yerine 2 yazılır.

$f(x+5) = \dfrac{5x-1}{x+3}$

$f(2+5) = \dfrac{5 \cdot 2 - 1}{2+3}$

$f(7) = \dfrac{9}{5}$ bulunur.

ÖRNEK

$f : A \to B$, $f(x) = 3x - 1$ ve $f(A) = \{-5, -1, 5\}$ için A kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

Tanım kümesi olan A kümesinin elemanlarını bulmak için fonksiyonun kuralı, görüntü kümesinin elemanlarına tek tek eşitlenir.

$3x - 1 = -5$ $\quad$ $3x - 1 = -1$ $\quad$ $3x - 1 = 5$

$3x = -4$ $\quad$ $3x = 0$ $\quad$ $3x = 6$

$x = \dfrac{-4}{3}$ $\quad$ $x = 0$ $\quad$ $x = 2$ olur.

Buna göre $A = \{-\frac{4}{3}, 0, 2\}$ bulunur.

ÖRNEK

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + 2$ olduğuna göre $f(x+2) + f(x-1)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$f(x) = x^2 + 2x + 2$ olduğundan

$f(x+2) = (x+2)^2 + 2(x+2) + 2$
$= x^2 + 4x + 4 + 2x + 4 + 2$
$= x^2 + 6x + 10$

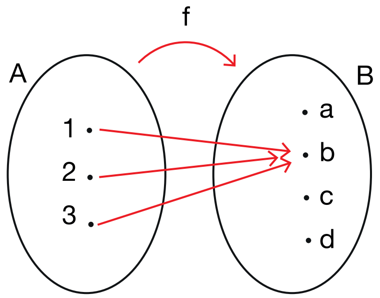
$f(x-1) = (x-1)^2 + 2(x-1) + 2$
$= x^2 - 2x + 1 + 2x - 2 + 2$
$= x^2 + 1$

$f(x+2) + f(x-1) = x^2 + 6x + 10 + x^2 + 1$
$= 2x^2 + 6x + 11$ bulunur.

Fonksiyon Çeşitleri

$f: A \rightarrow B$ ve $c \in B$ olsun. Her $x \in A$ için $f(x) = c$ biçimindeki fonksiyona **sabit fonksiyon** denir.

ÖRNEK



Yandaki Venn şemasında A dan B ye tanımlanan f fonksiyonunun sabit fonksiyon olup olmadığını inceleyiniz.

ÇÖZÜM

$f(1) = b,\ f(2) = b,\ f(3) = b$ olduğundan $f: A \rightarrow B,\ f(x) = b$ kuralı ile verilen f fonksiyonu sabit fonksiyondur.

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R},\ f(x) = (2a-6)x^2 - (3b+12)x + 3a - 2b$ fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre $f(2022)$ ifadesinin değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

f sabit fonksiyon olduğundan x^2 li ve x li terimlerin katsayıları 0 olmalıdır.

$2a - 6 = 0 \Rightarrow a = 3$

$3b + 12 = 0 \Rightarrow b = -4$ olur.

Bu değerler verilen fonksiyonda yerlerine yazılırsa

$f(x) = (2 \cdot 3 - 6) \cdot x^2 - (3 \cdot (-4) + 12) \cdot x + 3 \cdot 3 - 2 \cdot (-4)$

$f(x) = 0 \cdot x^2 - 0 \cdot x + 9 + 8$

$f(x) = 17$ olur.

Buradan $f(2022) = 17$ bulunur.

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{ax+6}{3x-9}$ kuralı ile verilen f sabit fonksiyon olduğuna göre a değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ kuralı ile verilen f fonksiyonu sabit fonksiyon olduğundan $\dfrac{a}{c} = \dfrac{b}{d}$ olur.

Buna göre

$\dfrac{a}{3} = \dfrac{6}{-9}$

$-9a = 18$

$a = -2$ bulunur.

A ve B boş kümeden farklı birer küme olmak üzere $f: A \to B$ fonksiyonunun değer kümesinde en az bir eleman açıkta kalıyorsa f fonksiyonuna **içine fonksiyon** denir ve $f(A) \neq B$ olur.

ÖRNEK

$A = \{-1, 0, 1\}$ ve $B = \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $f: A \to B$, $f(x) = x^2 + 1$ kuralı ile verilen f fonksiyonunun içine fonksiyon olup olmadığını inceleyiniz.

ÇÖZÜM

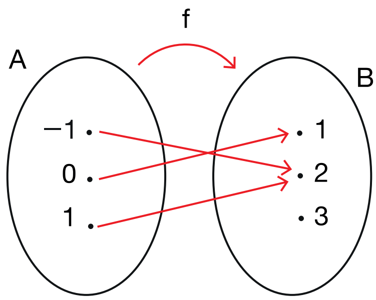
$f(x) = x^2 + 1$ olduğundan

$x = -1$ için $f(-1) = (-1)^2 + 1 \Rightarrow f(-1) = 2$

$x = 0$ için $f(0) = (0)^2 + 1 \Rightarrow f(0) = 1$

$x = 1$ için $f(1) = (1)^2 + 1 \Rightarrow f(1) = 2$ olur.

Şemada da görüldüğü gibi değer kümesindeki 3 elemanı açıkta kaldığından f fonksiyonu içine fonksiyondur.



$f: A \to B$ fonksiyonunda her $y \in B$ için $y = f(x)$ olacak biçimde en az bir $x \in A$ varsa f fonksiyonuna **örten fonksiyon** denir. Bir fonksiyonda değer kümesinde açıkta eleman kalmıyorsa bu fonksiyon örtendir. Bir başka ifadeyle fonksiyonun görüntü kümesi değer kümesine eşit ise f fonksiyonu örtendir denir ve $f(A) = B$ olur.

ÖRNEK

$A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{2, 4, 6\}$ olmak üzere $f: A \to B$, $f(x) = 2x$ kuralı ile verilen f fonksiyonunun örten fonksiyon olup olmadığını inceleyiniz.

ÇÖZÜM

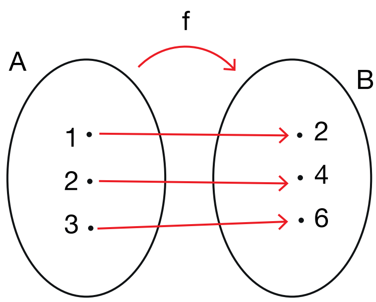
$f(x) = 2x$

$x = 1$ için $f(1) = 2 \cdot 1 = 2$

$x = 2$ için $f(2) = 2 \cdot 2 = 4$

$x = 3$ için $f(3) = 2 \cdot 3 = 6$ olur.

Şemada da görüldüğü gibi değer kümesinde açıkta eleman kalmadığından f fonksiyonu örten fonksiyondur.



Her $x_1, x_2 \in A$ ve $x_1 \neq x_2$ için $f(x_1) \neq f(x_2)$ oluyorsa f fonksiyonu **bire bir**dir.

$f: A \to B$ fonksiyonunun tanım kümesindeki farklı elemanların f altındaki görüntüleri de farklı oluyorsa f fonksiyonuna **bire bir fonksiyon** denir.

$f: A \to B$ fonksiyonu hem bire bir hem de örten ise f fonksiyonuna **bire bir ve örten** fonksiyon denir.

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 3x - 2$ fonksiyonunun bire bir fonksiyon olup olmadığını inceleyiniz.

ÇÖZÜM

$x_1,\ x_2 \in \mathbb{R}$ için $x_1 \neq x_2$ olsun. $x_1 \neq x_2 \Rightarrow 3x_1 \neq 3x_2$

$\Rightarrow 3x_1 - 2 \neq 3x_2 - 2$

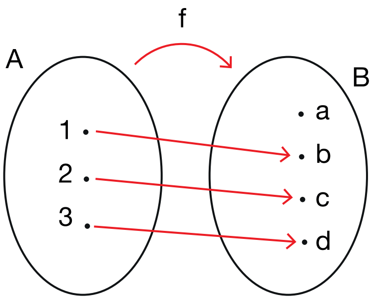
$\Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ olur.

f fonksiyonunun tanım kümesindeki farklı elemanların görüntüleri de farklı olduğundan f fonksiyonu bire birdir.

ÖRNEK

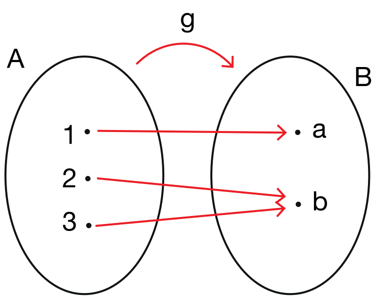
Aşağıda verilen f, g ve h fonksiyonlarının bire bir ve örten olup olmadıklarını belirleyiniz.

ÇÖZÜM



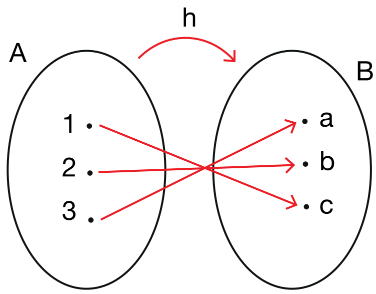
Tanım kümesindeki farklı elemanların görüntüleri de farklı olduğundan f fonksiyonu bire birdir.

$f(A) \neq B$ olduğundan örten değildir.



Tanım kümesindeki farklı 2 ve 3 elemanlarının görüntüleri farklı olmadığından g fonksiyonu bire bir değildir.

$g(A) = B$ olduğundan örtendir.



Tanım kümesindeki farklı elemanların görüntüleri de farklı olduğundan h fonksiyonu bire birdir. $f(A) = B$ olduğundan h örtendir. Bu durumda h fonksiyonu bire bir ve örtendir.

> $f: A \to B,\ f(x) = y$ ve $g: A \to B,\ g(x) = y$ olmak üzere her $x \in A$ için $f(x) = g(x)$ oluyorsa f ve g fonksiyonlarına **eşit fonksiyonlar** denir ve $f = g$ biçiminde gösterilir.

ÖRNEK

$A = \{-1, 0, 1\}$ ve $B = \{-2, -1, 0, 1\}$ kümeleri ile $f: A \to B,\ f(x) = x^3 - 1$ ve $g: A \to B,\ g(x) = x - 1$ fonksiyonları veriliyor. Buna göre f ve g fonksiyonlarının eşit fonksiyonlar olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM

$f: A \to B,\ f(x) = x^3 - 1$ ve $g: A \to B,\ g(x) = x - 1$ fonksiyonlarında

$x = -1$ için $f(-1) = (-1)^3 - 1 = -2$ ve $g(-1) = -1 - 1 = -2$

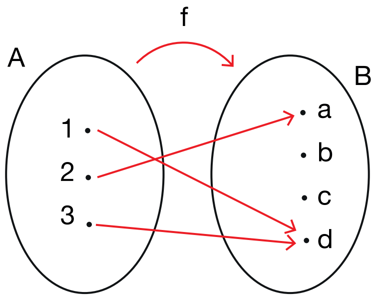
$x = 0$ için $f(0) = 0^3 - 1 = -1$ ve $g(0) = 0 - 1 = -1$

$x = 1$ için $f(1) = 1^3 - 1 = 0$ ve $g(1) = 1 - 1 = 0$ olur.

Her $x \in A$ için $f(x) = g(x)$ olduğundan f ve g eşit fonksiyonlardır.

ALIŞTIRMALAR

1.



Yukarıdaki Venn şeması ile $f : A \to B$ fonksiyonu gösterilmektedir. Buna göre

a) f fonksiyonunu liste ve grafik yöntemi ile gösteriniz.

b) f fonksiyonunun tanım kümesini, değer kümesini ve görüntü kümesini bulunuz.

2. $A = \{a, b, c\}$ ve $B = \{1, 2, 3, 4\}$ kümeleri veriliyor. Aşağıdaki ifadelerin A kümesinden B kümesine bir fonksiyon belirtip belirtmediğini bulunuz.

a) $f = \{(a, 3), (c, 1)\}$

b) $g = \{(a, 1), (b, 2), (b, 3), (c, 4)\}$

c) $h = \{(a, 3), (b, 3), (c, 3)\}$

ç) $k = \{(a, 2), (b, 4), (c, 2)\}$

3. Aşağıdaki ifadelerin tanımlı olduğu aralıklarda fonksiyon olup olmadıklarını bulunuz.

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$

b) $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N},\ g(x) = \dfrac{3x + 2}{x + 1}$

c) $h : \mathbb{N} \to \mathbb{Z},\ h(x) = 7x - 13$

ç) $k : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z},\ h(x) = \dfrac{2x - 3}{5}$

d) $p : \mathbb{Z} \to \mathbb{Q},\ p(x) = \dfrac{5x + 2}{7}$

e) $s : \mathbb{N} \to \mathbb{R},\ s(x) = \dfrac{4x + 1}{3x + 2}$

f) $t : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ t(x) = \dfrac{2x + 5}{x - 1}$

4. $f : A \to B$ bir fonksiyon, $f(A) = \{-15, -9, 1, 7\}$ ve $f(x) = 4x - 3$ olduğuna göre bu fonksiyonun tanım kümesini bulunuz.

5. $f : \mathbb{R} - \{-4\} \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{6x - 7}{x + 4}$ olduğuna göre $f(3)$ değerini bulunuz.

6. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 3x^2 + 2x - 1$ kuralı ile verilen f fonksiyonu için $\dfrac{f(x + 1) - f(x - 1)}{4}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

7. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ olmak üzere f fonksiyonu sabit fonksiyondur.
$f(x) = (2a - b + 1)x^3 - (b - 5)x + 3a - 2b + 4$
olduğuna göre $f(1203)$ ifadesinin değerini bulunuz.

8. $f : \mathbb{R} - \{2\} \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{3x + 2a + 1}{x - b}$
kuralı ile verilen f fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre $a \cdot b$ ifadesinin değerini bulunuz.

9. $A = \{-1, 1, 2\}$ ve $B = \{1, 5, 7\}$ olmak üzere $f : A \to B,\ f(x) = 2x^2 - 1$ kuralı ile verilen f fonksiyonunun içine ya da örten fonksiyon olup olmadığını bulunuz.

10. $A = \{-1, 0, 1\}$ ve $B = \{2, 5, 8\}$ olmak üzere $f : A \to B,\ f(x) = 3x + 5$ kuralı ile verilen f fonksiyonunun içine ya da örten fonksiyon olup olmadığını bulunuz.

11. Aşağıda kuralları verilen fonksiyonların bire bir fonksiyon olup olmadığını bulunuz.

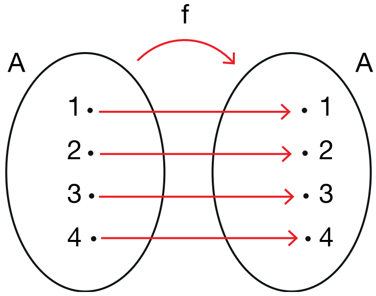
a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 3x - 4$

b) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ g(x) = x^2 + 2$

12. $A = \{-1, 0, 1\}$ ve $B = \{-3, -2, -1, 1, 5\}$ kümeleri veriliyor. Buna göre
$f : A \to B,\ f(x) = 2x^3 - 1$ ve
$g : A \to B,\ g(x) = 2x - 1$ olmak üzere f ve g fonksiyonlarının eşit fonksiyon olup olmadıklarını bulunuz.

$A \neq \varnothing$ olmak üzere $f : A \rightarrow A$ tanımlı bir fonksiyon olsun. Her $x \in A$ için $f(x) = x$ şeklindeki fonksiyona **birim fonksiyon** denir. Birim fonksiyon genel olarak I ile gösterilir.

Birim fonksiyonun tanım kümesi ile görüntü kümesi birbirine eşittir.



Yanda Venn şemasıyla verilen f fonksiyonu birim fonksiyondur.

ÖRNEK

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (a-3)x^2 + (b-1)x + 4 - c$ kuralı ile verilen f fonksiyonu birim fonksiyon olduğuna göre $a+b+c$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

f(x) birim fonksiyon olduğundan $f(x) = x$ olmalıdır. Bu durumda

$$\left.\begin{array}{l} a-3=0 \Rightarrow a=3 \\ b-1=1 \Rightarrow b=2 \\ 4-c=0 \Rightarrow c=4 \end{array}\right\} \text{olur. Buradan } a+b+c=9 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ birim fonksiyon olmak üzere $f(3x+5) = ax + a + b$ olduğuna göre $f(b)$ ifadesinin değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

f birim fonksiyon olduğuna göre $3x+5 = ax + a + b$ olmalıdır. Bu durumda
$a = 3$ ve $a+b=5 \Rightarrow 3+b=5 \Rightarrow b=2$ olur.
$f(b) = f(2) \Rightarrow f(b) = 2$ bulunur.

ÖRNEK

$f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ birim fonksiyon olmak üzere $f(5x+2) = (a-2)x^2 + (b-1)x + c + 1$ olduğuna göre $a+b+c$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

f birim fonksiyon olduğundan $f(5x+2) = \underbrace{(a-2)}_{0}x^2 + \underbrace{(b-1)}_{5}x + \underbrace{(c+1)}_{2}$ olmalıdır. Bu durumda

$$\left.\begin{array}{l} a-2=0 \Rightarrow a=2 \\ b-1=5 \Rightarrow b=6 \\ c+1=2 \Rightarrow c=1 \end{array}\right\} \Rightarrow a+b+c = 2+6+1 = 9 \text{ bulunur.}$$

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ şeklindeki fonksiyonlara **doğrusal fonksiyon** denir. Bu fonksiyonların grafiği analitik düzlemde bir doğru belirtir.

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (a-3)x^3 + (b+4)x^2 + ax + b$ kuralı ile verilen f fonksiyonu doğrusal fonksiyon olduğuna göre $f(5)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

f doğrusal fonksiyon olduğundan x^3 ve x^2 li terimlerin katsayıları 0 olmalıdır. Buradan

$a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3$ ve $b + 4 = 0 \Rightarrow b = -4$ olur.

Bu değerler $f(x) = ax + b$ fonksiyonunda yerine yazılırsa $f(x) = 3x - 4$ olur.

Buradan $f(5) = 3 \cdot 5 - 4 = 15 - 4 = 11$ bulunur.

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ doğrusal fonksiyon olmak üzere $f(-2) = 4$ ve $f(2) = 6$ olduğuna göre $f(8)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

f doğrusal fonksiyon olduğundan $f(x) = ax + b$ şeklindedir.

$$\left.\begin{aligned} f(-2) &= -2a + b = 4 \\ f(2) &= 2a + b = 6 \end{aligned}\right\} \text{ denklemleri ortak çözülürse}$$

$$\begin{array}{rl} & -\cancel{2a} + b = 4 \\ + & \cancel{2a} + b = 6 \\ \hline & 2b = 10 \\ & b = 5 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2a + b = 6 &\Rightarrow 2a + 5 = 6 \\ &\Rightarrow 2a = 1 \\ &\Rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

$f(x) = \frac{1}{2}x + 5$ olduğuna göre $f(8) = \frac{1}{2} \cdot 8 + 5 = 9$ bulunur.

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ doğrusal fonksiyon olmak üzere $f(x+1) + f(x-1) = 6x - 2$ olduğuna göre $f(4)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

f doğrusal fonksiyonu $f(x) = ax + b$ biçiminde olduğundan

$$\begin{aligned} f(x+1) &= a \cdot (x+1) + b \\ &= ax + a + b \text{ olur.} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f(x-1) &= a \cdot (x-1) + b \\ &= ax - a + b \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x+1) + f(x-1) = 6x - 2 &\Rightarrow ax + a + b + ax - a + b = 6x - 2 \\ &\Rightarrow 2ax + 2b = 6x - 2 \end{aligned}$$

$\Rightarrow 2a = 6$ ve $2b = -2$

$\Rightarrow a = 3$ ve $b = -1$ olur.

Bu durumda $f(x) = 3x - 1$ olduğundan $f(4) = 3 \cdot 4 - 1 = 11$ bulunur.

Fonksiyonlarda Dört İşlem

$f: A \to \mathbb{R}$, $g: B \to \mathbb{R}$ ve $A \cap B \neq \varnothing$ olmak üzere fonksiyonlarda dört işlem $A \cap B \to \mathbb{R}$ tanımlıdır.

» $f+g: A \cap B \to \mathbb{R}$, $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

» $f-g: A \cap B \to \mathbb{R}$, $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$

» $f \cdot g: A \cap B \to \mathbb{R}$, $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

» $\frac{f}{g}: A \cap B \to \mathbb{R}$, $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, $(g(x) \neq 0)$

» $k \in \mathbb{R}$ için $(k \cdot f): A \to \mathbb{R}$, $(k \cdot f)(x) = k \cdot f(x)$

ÖRNEK

$A = \{-1, 0, 1, 3\}$, $B = \{-2, -1, 3, 4\}$ kümeleri için $f: A \to \mathbb{R}$, $g: B \to \mathbb{R}$ olmak üzere $f = \{(-1, 4), (0, 5), (1, 6), (3, 8)\}$ ve $g = \{(-2, 2), (-1, 3), (3, 9), (4, 6)\}$ olduğuna göre aşağıdaki fonksiyonları yazınız.

a) $(f+g)$ **b)** $(f-g)$ **c)** $(f \cdot g)$ **ç)** $\left(\frac{f}{g}\right)$

ÇÖZÜM

$A \cap B = \{-1, 0, 1, 3\} \cap \{-2, -1, 3, 4\} = \{-1, 3\}$ olur.

a) $(f+g)(-1) = f(-1) + g(-1) = 4 + 3 = 7$
$(f+g)(3) = f(3) + g(3) = 8 + 9 = 17$ olur.
Buradan $f + g = \{(-1, 7), (3, 17)\}$ bulunur.

b) $(f-g)(-1) = f(-1) - g(-1) = 4 - 3 = 1$
$(f-g)(3) = f(3) - g(3) = 8 - 9 = -1$ olur.
Buradan $f - g = \{(-1, 1), (3, -1)\}$ bulunur.

c) $(f \cdot g)(-1) = f(-1) \cdot g(-1) = 4 \cdot 3 = 12$
$(f \cdot g)(3) = f(3) \cdot g(3) = 8 \cdot 9 = 72$ olur.
Buradan $f \cdot g = \{(-1, 12), (3, 72)\}$ bulunur.

ç) $\left(\frac{f}{g}\right)(-1) = \frac{f(-1)}{g(-1)} = \frac{4}{3}$
$\left(\frac{f}{g}\right)(3) = \frac{f(3)}{g(3)} = \frac{8}{9}$ olur.
Buradan $\frac{f}{g} = \left\{\left(-1, \frac{4}{3}\right), \left(3, \frac{8}{9}\right)\right\}$ bulunur.

ÖRNEK

$\left.\begin{array}{l} f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=3x+2 \\ g:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ g(x)=2x-1 \end{array}\right\}$ kuralları ile verilen f ve g fonksiyonları için $[3(f\cdot g)+2g](x)$ fonksiyonunun kuralını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}[3(f\cdot g)+2g](x) &= 3\cdot f(x)\cdot g(x)+2\cdot g(x)\\ &= 3\cdot(3x+2)\cdot(2x-1)+2\cdot(2x-1)\\ &= 3\cdot(6x^2-3x+4x-2)+4x-2\\ &= 18x^2-9x+12x-6+4x-2\\ &= 18x^2+7x-8 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

ÖRNEK

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ve $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ olmak üzere $\left.\begin{array}{l}(f+g)(x)=8x+3\\(f-g)(x)=2x-5\end{array}\right\}$ kuralları ile $f+g$ ve $f-g$ fonksiyonları veriliyor. Buna göre $(f\cdot g)(2)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{rl} f(x)+\cancel{g(x)} &= 8x+3\\ +\quad f(x)-\cancel{g(x)} &= 2x-5\\ \hline 2f(x) &= 10x-2\\ f(x) &= 5x-1 \text{ olur.}\end{array}$$

$$\begin{aligned} f(x)+g(x) &= 8x+3\\ 5x-1+g(x) &= 8x+3\\ g(x) &= 3x+4 \text{ olur.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(f\cdot g)(2) &= f(2)\cdot g(2)\\ &= (5\cdot 2-1)\cdot(3\cdot 2+4)\\ &= 9\cdot 10\\ &= 90 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Tarihî süreç içerisindeki gelişimine baktığımızda değişkenler arasındaki ilişkilerin incelenmesini konu edinen çalışmaların fonksiyon kavramının doğuşuna öncülük ettiğini görmekteyiz. Fonksiyon düşüncesi ilk olarak 16. yüzyılda Galileo'nun (Galileo) öncülük ettiği devinim ve hareketin (motion) incelenmesini konu edinen bilimsel bir program çerçevesinde yürütülen çalışmalar esnasında fark edilmiştir.

Bu aşamada değişkenler arasındaki ilişkilerin daha çok eğri grafiklerinden oluşan geometrik ortamlarda ve sınırlı aralıklarda incelenmesi söz konusudur. Takip eden yıllarda Euler (Öyler), Bernoulli (Bernolli), Leibniz (Laypniz) ve Fourier (Furie) gibi birçok bilim insanı tarafından yapılmış olan çalışmalar fonksiyon kavramının gelişimine önemli katkılar sunmuştur. Fonksiyon kavramıyla ilişkili olarak sabit terim, değişken ve parametre kavramları da yine Leibniz tarafından literatüre kazandırılmıştır. Bu süreçte genişlemiş değişkenler arasındaki ilişkiler sadece grafiksel değil aynı zamanda analitik (cebirsel) ortamlarda da incelenmeye başlanmış ve bu incelemeler sonsuz sayıdaki değerler için yapılmıştır.

1837 yılında Drichlet (Dirihlet) tarafından bugünkü matematik kitaplarında gizli bir şekilde varlığını sürdüren ve değişkenler arası ilişki mantığı üzerine bina edilmiş olan fonksiyon tanımı sunulmuştur.

Cantor (Kantor) tarafından kümeler teorisinin ortaya atılmasıyla birlikte fonksiyon kavramının gelişim süreci yeni bir boyut kazanmış ve fonksiyon iki kümenin elemanları arasında yapılan eşlemeler olarak algılanmaya başlanmıştır (Ponte (Ponte), 1992). Bu yeni anlayışla birlikte küme kavramı işin içerisine girmiş ve değişkenler arasındaki ilişkilerin incelenmesinin ancak bir fonksiyonun tanımlı olduğu kümeler için mümkün olabileceği düşüncesi kabul edilmiştir. 1939 yılında ise Bourbaki (Burbaki) fonksiyon kavramını iki kümenin elemanları arasında eşlemeler yapan özel bir bağıntı olarak tanımlamıştır.

Yapılan bu son tanımlama günümüz modern matematik kitaplarında okutulmakta olan fonksiyon düşüncesini içermektedir.

(Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 2013, Cilt: 29, Sayı: 1, Sayfa: 2)

11.1.1.2. Fonksiyonların Grafikleri

Doğrusal Fonksiyonların Grafiği

Doğrusal fonksiyon grafiğini çizmek için fonksiyona ait noktalar bulunup bu noktalar dik koordinat sisteminde işaretlenerek grafik çizilir. Doğrusal fonksiyona ait noktalar bir doğru üzerindedir.
Doğrusal fonksiyon grafiğini çizmek için fonksiyona ait iki adet nokta bulmak yeterlidir. Çünkü **farklı iki noktadan yalnız bir doğru geçer.**

ÖRNEK

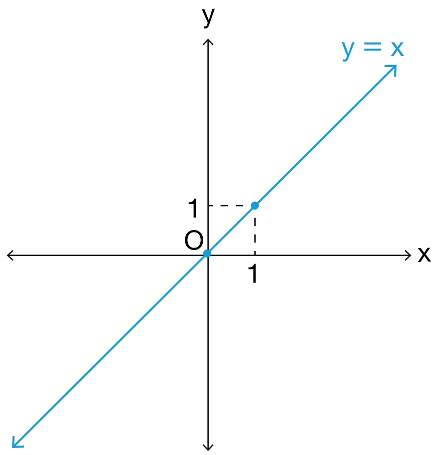
Aşağıda kuralları verilen fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

a) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x$ **b)** $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ g(x)=2x$ **c)** $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ h(x)=-x$

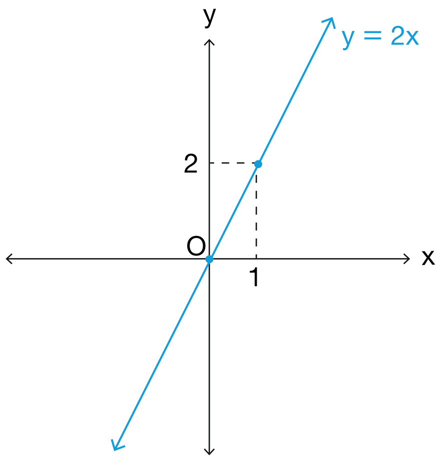
ÇÖZÜM

Bir doğru grafiğini çizmek için bu doğruya ait iki nokta bulmak yeterlidir.

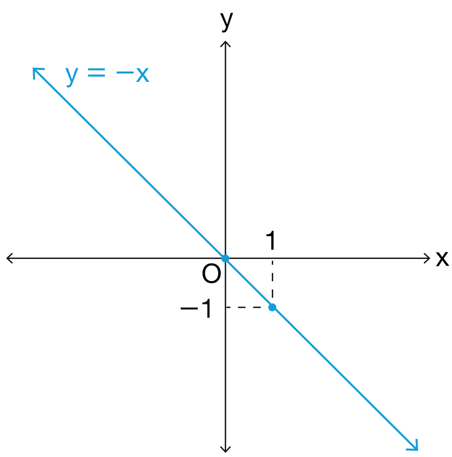
a) $f(x)=x \Rightarrow f(0)=0$ ve $f(1)=1$ olur. Bu durumda f fonksiyonunun grafiği $(0,0)$ ve $(1,1)$ noktalarından geçer. Buna göre f fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibidir.



b) $g(x)=2x \Rightarrow g(0)=0$ ve $g(1)=2$ olur. Bu durumda g fonksiyonunun grafiği $(0,0)$ ve $(1,2)$ noktalarından geçer. Buna göre f fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibidir.



c) $h(x)=-x \Rightarrow h(0)=0$ ve $h(1)=-1$ olur. Bu durumda h fonksiyonunun grafiği $(0,0)$ ve $(1,-1)$ noktalarından geçer. Buna göre f fonksiyonunun grafiği yandaki gibidir.



Grafik çizilirken
- $x=0$ için doğrunun y eksenini kestiği nokta bulunur.
- $y=0$ için doğrunun x eksenini kestiği nokta bulunur.

ÖRNEK

Aşağıda kuralları verilen doğrusal fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

a) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x+3$

b) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=-2x+6$

ÇÖZÜM

Bir doğrunun grafiğini çizmek için bu doğruya ait iki nokta bulmak yeterlidir. Bu noktalar genellikle doğrunun eksenleri kestiği noktalar olarak belirlenir.

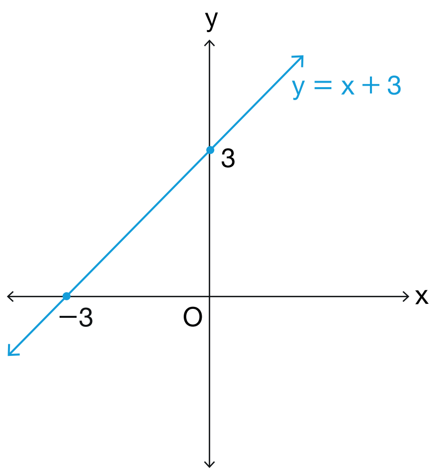
a) $f(x)=x+3$

$y=x+3$

$x=0$ için $y=3$ olduğundan f fonksiyonunun grafiği y eksenini $(0,3)$ noktasında keser.

$y=0$ için $x=-3$ olduğundan f fonksiyonunun grafiği x eksenini $(-3,0)$ noktasında keser.

Buna göre f fonksiyonun grafiği aşağıdaki gibidir.



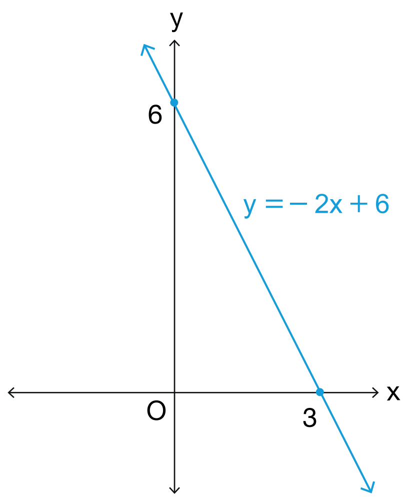
b) $f(x)=-2x+6$

$y=-2x+6$

$x=0$ için $y=6$ olduğundan f fonksiyonunun grafiği y eksenini $(0,6)$ noktasında keser.

$y=0$ için $x=3$ olduğundan f fonksiyonunun grafiği y eksenini $(3,0)$ noktasında keser.

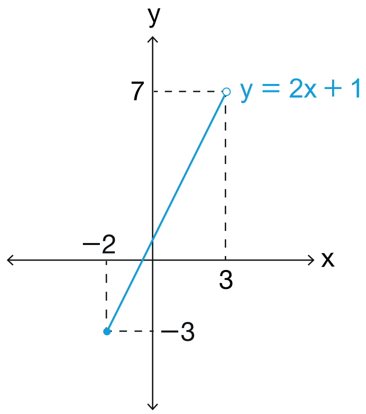
Buna göre f fonksiyonun grafiği aşağıdaki gibidir.



ÖRNEK

$f:[-2,3)\to\mathbb{R},\ f(x)=2x+1$ kuralı ile verilen f fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM



Tanım kümesi sınırlı olan doğrusal fonksiyonlarda sınır değerleri olan -2 ve 3 için görüntülerin bulunması yeterlidir.

$f(x) = 2x + 1$

$y = 2x + 1$

$x = -2 \Rightarrow y = 2 \cdot (-2) + 1 \Rightarrow y = -3$ olduğundan $(-2, -3)$ noktası bulunur.

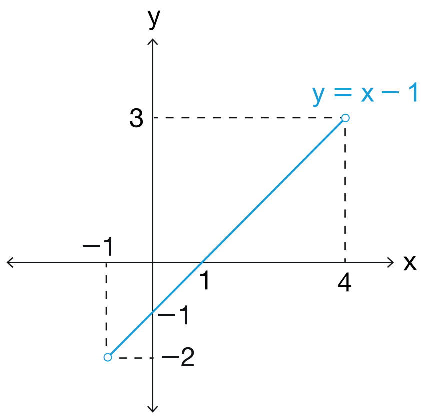
$x = 3 \Rightarrow y = 2 \cdot 3 + 1 \Rightarrow y = 7$ olmadığın $(3, 7)$ noktası bulunur.

f fonksiyonu $x = 3$ için tanımlı olmadığından (3, 7) noktası fonksiyon grafiğine dâhil değildir.

ÖRNEK

$f : (-1, 4) \rightarrow \mathbb{R},\ f(x) = x - 1$ kuralı ile verilen f fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM



Tanım kümesi sınırlı olan doğrusal fonksiyonlarda sınır değerleri olan -1 ve 4 için görüntülerin bulunması yeterlidir.

$f(x) = x - 1$

$y = x - 1$

$x = -1 \Rightarrow y = -1 - 1 \Rightarrow y = -2$ olduğundan $(-1, -2)$ noktası bulunur.

$x = 4 \Rightarrow y = 4 - 1 \Rightarrow y = 3$ olduğundan $(4, 3)$ noktası bulunur.

f fonksiyonu $x = -1$ ve $x = 4$ için tanımlı olmadığından $(-1, -2), (4, 3)$ noktaları fonksiyon grafiğine dâhil değildir.

ÖRNEK

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R},\ f(x) = 3$ kuralı ile verilen f fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

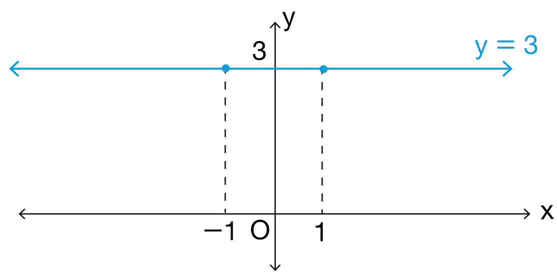
f fonksiyonu sabit fonksiyondur. x yerine hangi sayı verilirse verilsin fonksiyonun görüntüsü daima aynıdır.

$f(x) = 3 \Rightarrow f(-1) = 3$

$f(0) = 3$

$f(1) = 3$

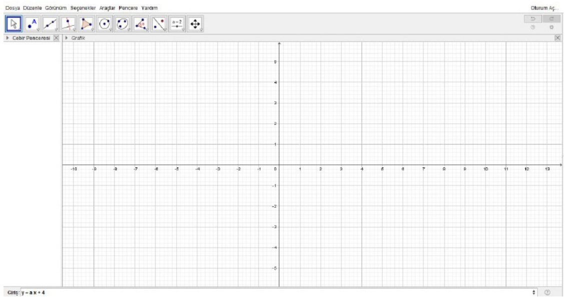
Buna göre f fonksiyonunun grafiği yandaki gibi olur.



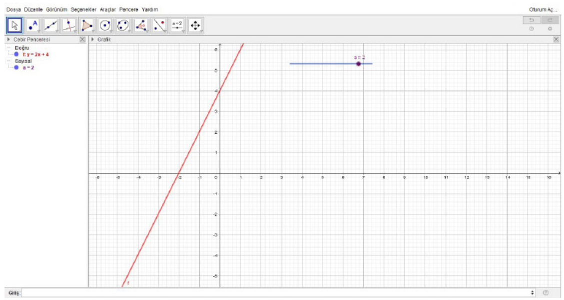
Bilgi ve İletişim Teknolojileri Yardımıyla Doğrusal Fonksiyon Grafiklerinin Çizimi

$f(x) = ax + 4$ doğrusal fonksiyonunda a katsayısı değiştirildiğinde fonksiyonun grafiğindeki değişimi dinamik matematik geometri çizim programında inceleyiniz.

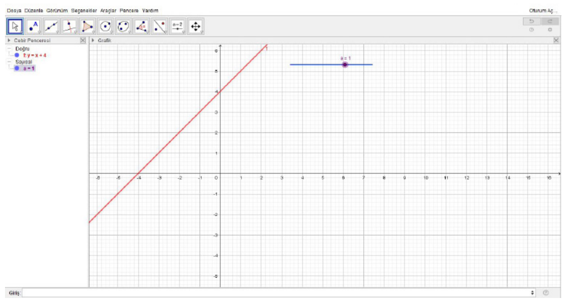
Program açılır ve gelen sayfadaki görünüm penceresinden 'grafik çizimi' seçilir. Pencerenin alt kısmında bulunan giriş alanına $y = ax + 4$ yazılır (Seçme işlemleri için fare ile sol tuş tıklanır.).



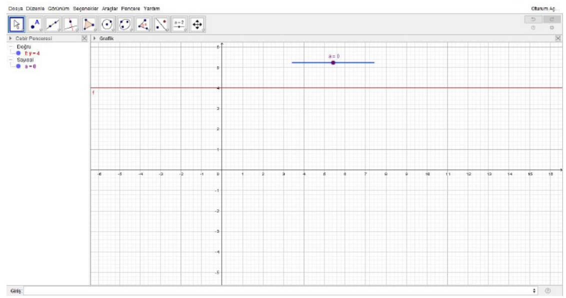
a gerçek sayısının alabileceği değer aralıklarını belirlemek için pencerenin üst kısmında bulunan komut satırındaki sürgü kutucuğuna bir kez tıklanır, sonra çalışma sayfasında sürgünün bulunacağı uygun bir noktaya tıklanır.



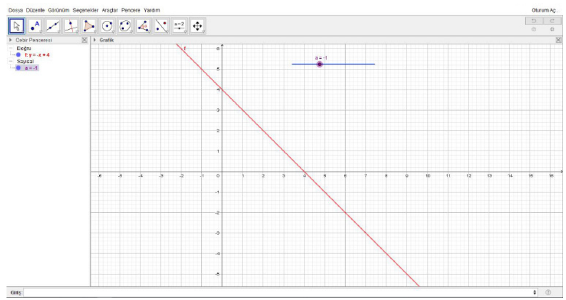
Çalışma sayfasında boş herhangi bir yere ya da giriş alanına bir kez tıklandığında grafik çizilmiş olur.



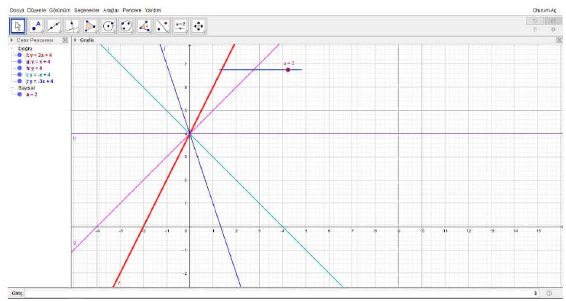
Sürgü üzerindeki nokta, fare ile yakalanarak sağa sola hareket ettirilir veya sürgü üzerine farenin sağ tuşu ile tıklanır. Açılan pencerede 'canlandırılıyor' komutu seçilir. Sürgü ile grafik harekete geçer. Canlandırma işlemini durdurmak için sürgü üzerine sağ tuş ile tıklanır, açılan pencerede 'canlandırılıyor' komutu seçilir.



$y = ax + 4$ doğru denkleminde a sayısı değiştiğinde doğrunun x eksenini farklı açılarla kestiği ve bütün doğruların y eksenini (0, 4) noktasında kestiği görülür.

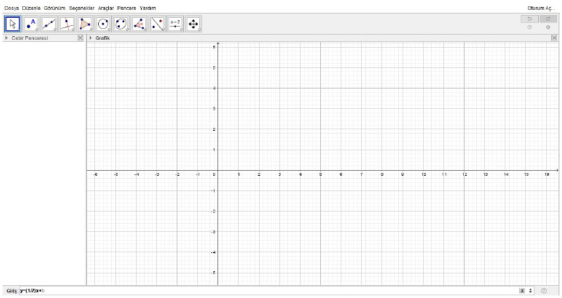


Grafiklerin hepsinin bir arada olduğu aşağıdaki çalışmayı inceleyiniz. Başka fonksiyonlar için de benzer çalışmalar yapınız.

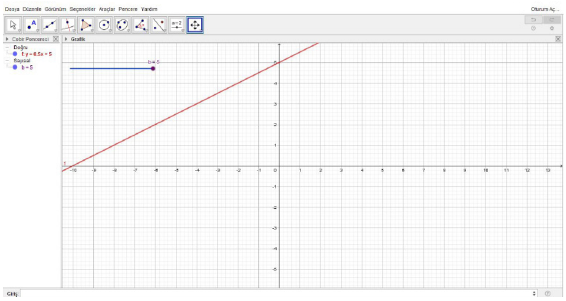


$f(x) = 0,5 \cdot x + b$ doğrusal fonksiyonunda b katsayısı değiştirildiğinde fonksiyonun grafiğindeki değişimi dinamik matematik geometri çizim programında inceleyiniz.

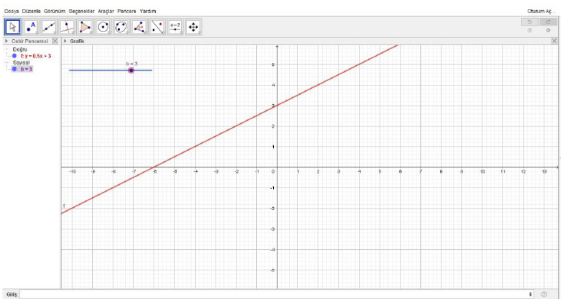
Program açılır ve gelen sayfadaki görünüm penceresinden grafik çizimi seçilir. Pencerenin alt kısmında bulunan giriş alanına $y = 0,5 \cdot x + b$ yazılır.



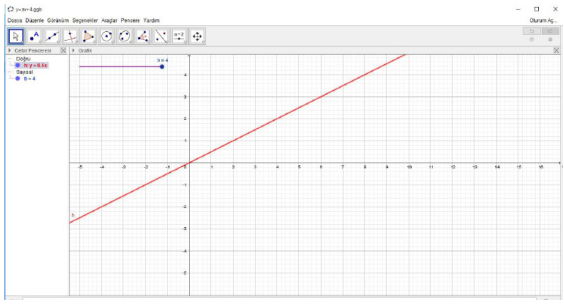
b gerçek sayısının alabileceği değer aralıklarını belirlemek için pencerenin üst kısmında bulunan komut satırındaki ‘sürgü’ kutucuğuna bir kez tıklanır, sonra çalışma sayfasında sürgünün bulunacağı uygun bir noktaya tıklanır. Gelen sürgü penceresinde b nin alacağı değer aralığı girilir.



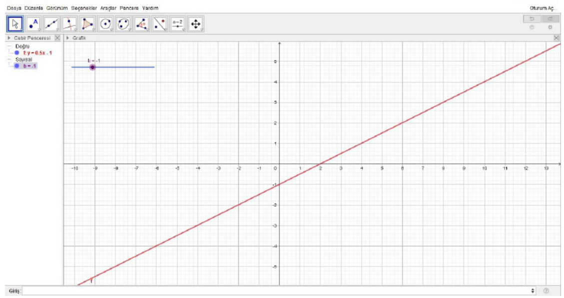
Çalışma sayfasında boş herhangi bir yere ya da giriş alanına bir kez tıklandığında grafik çizilmiş olur.



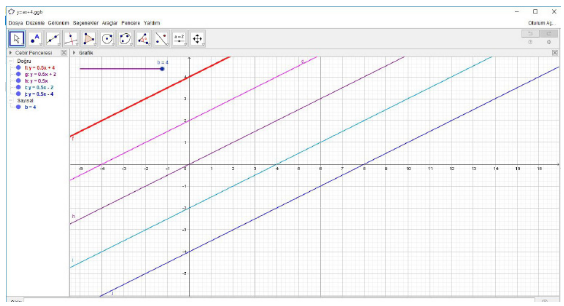
Sürgü üzerindeki nokta, fare ile yakalanarak sağa sola hareket ettirilir veya sürgü üzerine farenin sağ tuşu ile tıklanır. Açılan pencerede ‘canlandırılıyor’ komutu seçilir. Sürgü ile grafik harekete geçer. Canlandırma işlemini durdurmak için sürgü üzerine sağ tuş ile tıklanır açılan pencerede ‘canlandırılıyor’ komutu seçilir.



$y = 0,5 \cdot x + b$ doğru denkleminde b sayısı değiştiğinde doğrunun y eksenini kestiği noktaların değiştiği fakat x ekseni ile yaptığı açının aynı kaldığı görülür.



Grafiklerin hepsinin bir arada olduğu aşağıdaki çalışmayı inceleyiniz. Başka fonksiyonlar için de benzer çalışmalar yapınız.



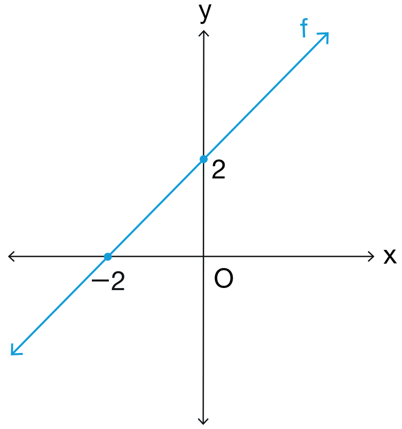
11.1.1.3. Fonksiyonların Grafiklerini Yorumlama

- Grafiği verilen bir fonksiyonun tanım kümesi, bu fonksiyonun grafiği üzerindeki noktaların birinci bileşenlerinin (apsis) oluşturduğu kümedir.
- Grafiği verilen bir fonksiyonun görüntü kümesi, bu fonksiyonun grafiği üzerindeki noktaların ikinci bileşenlerinin (ordinat) oluşturduğu kümedir.

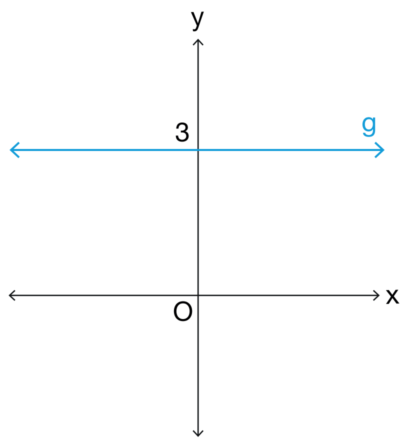
ÖRNEK

Aşağıda grafiği verilen fonksiyonların en geniş tanım ve görüntü kümelerini bulunuz.

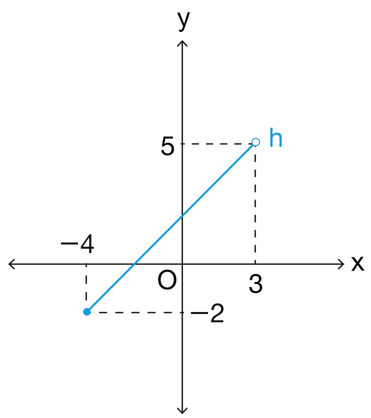
a)



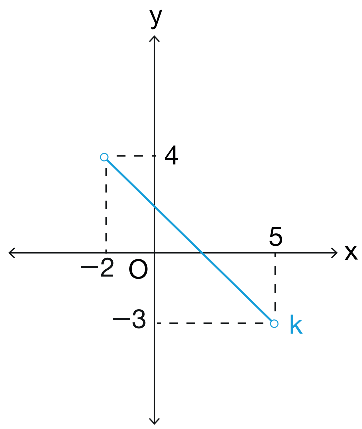
b)



c)



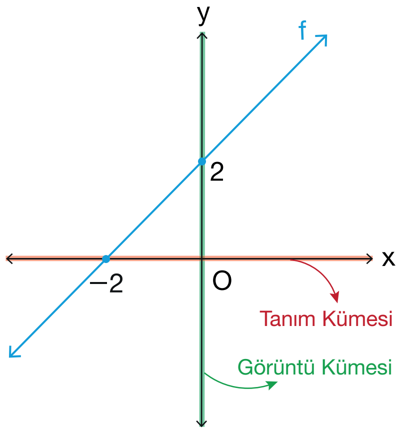
ç)



ÇÖZÜM

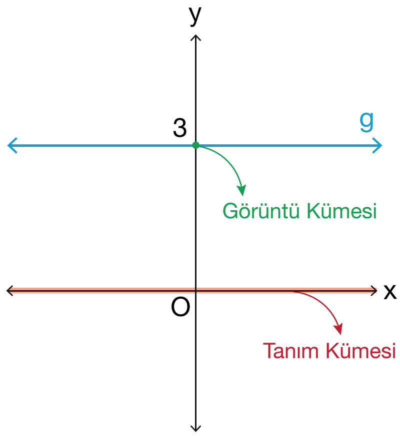
Grafiği verilen bir fonksiyonun grafiği üzerindeki noktaların; birinci bileşenlerinin oluşturduğu küme tanım kümesini ve ikinci bileşenlerinin oluşturduğu küme değer kümesini verdiğinden grafiği verilen fonksiyonların en geniş tanım ve görüntü kümeleri aşağıdaki gibi olur.

a)



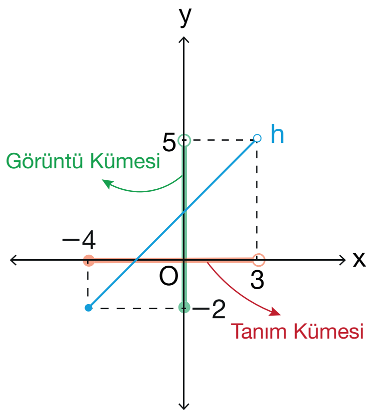
Tanım kümesi $\mathbb{R}$ ve görüntü kümesi $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$ olur.

b)



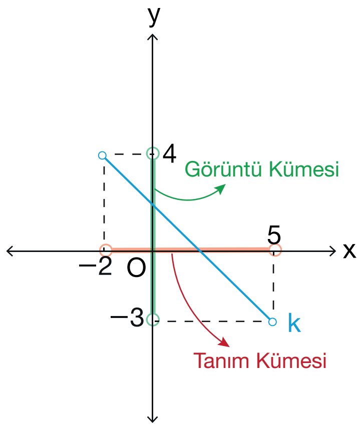
Tanım kümesi $\mathbb{R}$ ve görüntü kümesi $g(\mathbb{R}) = \{3\}$ olur. Görüntü kümesi bir elemanlı olduğundan g fonksiyonu sabit fonksiyondur.

c)



Tanım kümesi $[-4, 3)$ ve görüntü kümesi $[-2, 5)$ olur.

ç)



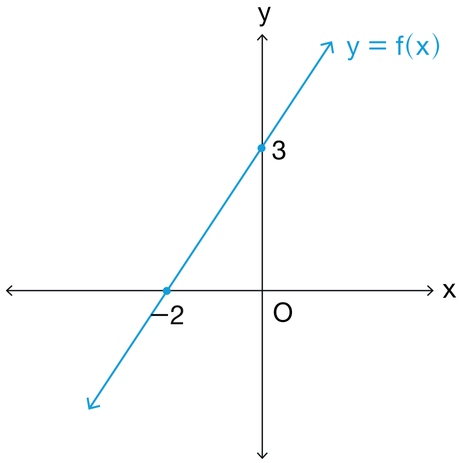
Tanım kümesi $(-2, 5)$ ve görüntü kümesi $(-3, 4)$ olur.

Grafiği verilen bir ifadenin fonksiyon olup olmadığını belirlemek için x ekseninden (tanım kümesinin her bir elemanından) y eksenine paralel (düşey) doğrular çizilir. Bu doğruların her biri grafiği birer noktada kesiyorsa grafiği verilen ifade bir **fonksiyondur**. Eğer tanım kümesinden çizilen düşey doğrulardan herhangi biri grafiği kesmiyorsa veya birden çok noktada kesiyorsa grafiği verilen ifade bir **fonksiyon değildir.** Bu işleme **düşey doğru testi** denir.

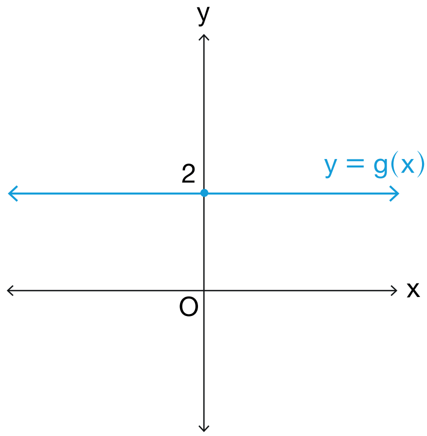
ÖRNEK

Aşağıda grafiği verilen ifadelerden hangilerinin fonksiyon olup hangilerinin olmadığını belirtiniz.

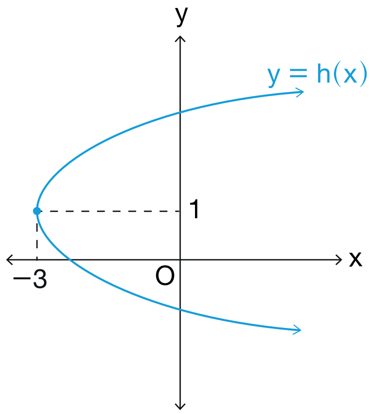
a)



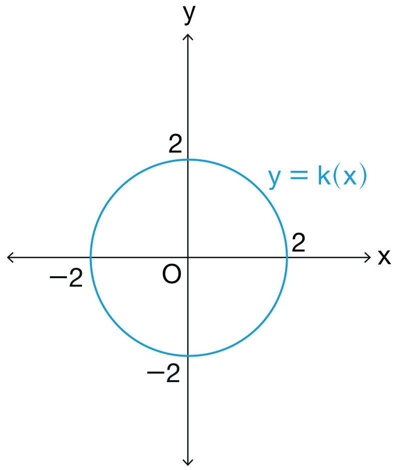
b)



c)

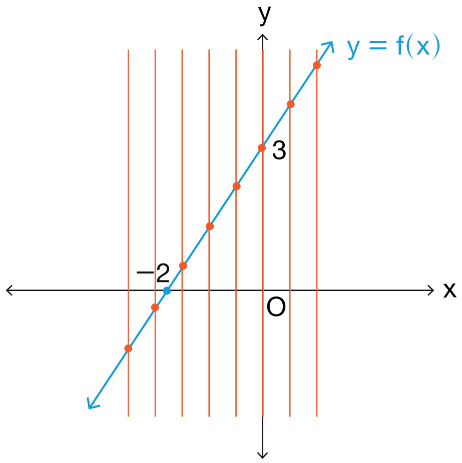


ç)



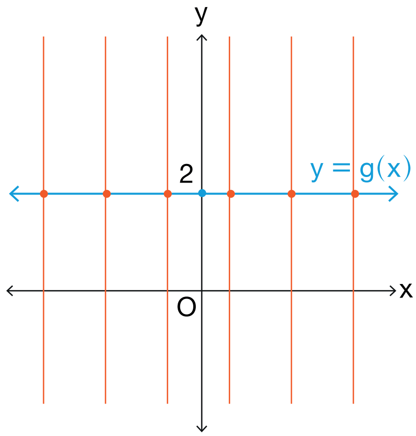
ÇÖZÜM

a)



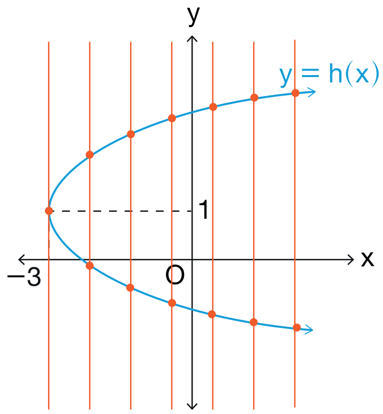
Çizilen düşey doğruların hepsi grafiği yalnız bir noktada kestiği için $y = f(x)$ fonksiyondur.

b)



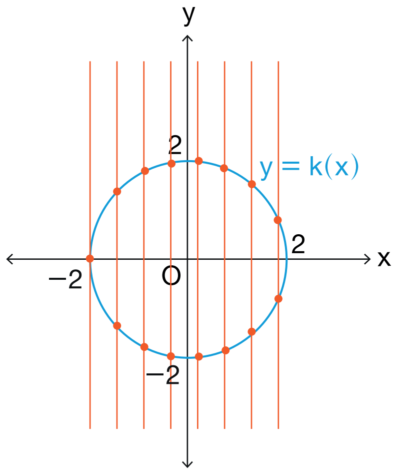
Çizilen düşey doğruların hepsi grafiği yalnız bir noktada kestiği için $y = g(x)$ fonksiyondur.

c)

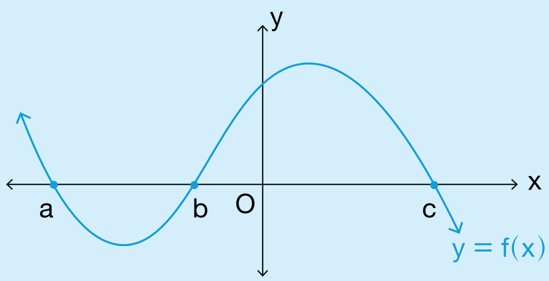


Grafiği birden fazla noktada kesen düşey doğrular olduğu için $y = h(x)$ fonksiyon değildir.

ç)



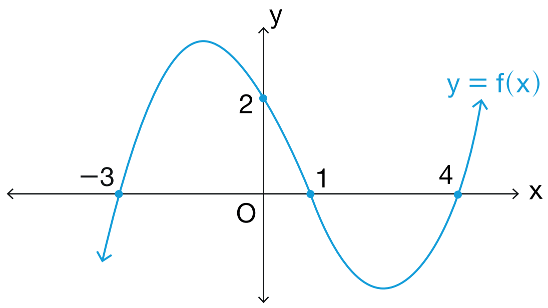
Grafiği birden fazla noktada kesen düşey doğrular olduğu için $y = k(x)$ fonksiyon değildir.



$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinde $f(x) = 0$ denkleminin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesinin elemanları grafiğin x eksenini kestiği noktaların apsisidir.

Grafiği yanda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun x eksenini kestiği noktaların apsisleri olan $x = a$, $x = b$, $x = c$ değerleri $f(x) = 0$ denkleminin kökleridir. Bu denklemin çözüm kümesi $Ç = \{a, b, c\}$ olur.

ÖRNEK



Yanda $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $f(x)=0$ denklemini sağlayan x değerlerinin toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM

$f(x)=0$ denkleminin çözüm kümesinin elemanları fonksiyonun x eksenini kestiği noktaların apsisleri olan $x=-3$, $x=1$, $x=4$ değerleridir. Bu değerlerinin toplamı $-3+1+4=2$ bulunur.

ÖRNEK

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-4$ kuralı ile verilen f fonksiyonunun grafiğinin x eksenini hangi noktada kestiğini bulunuz.

ÇÖZÜM

$f(x)=0$ denkleminin çözüm kümesi fonksiyonun x eksenini kestiği noktanın apsisidir.

$f(x)=0 \Rightarrow 2x-4=0$

$\Rightarrow 2x=4$

$\Rightarrow x=2$ olur.

$f(x)=0$ denkleminin çözüm kümesi $\{2\}$ olduğundan $f(x)=2x-4$ kuralı ile verilen f fonksiyonunun grafiği, x eksenini $(2,0)$ noktasında keser.

ÖRNEK

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(a-1)x-8$ kuralı ile verilen f fonksiyonunun grafiği, x eksenini $(4,0)$ noktasında kestiğine göre grafiğin y eksenini kestiği noktanın koordinatlarını bulunuz.

ÇÖZÜM

Fonksiyon x eksenini $(4,0)$ noktasında kestiğinden $x=4$ değeri $f(x)=0$ denkleminin bir kökü olacağından

$(a-1)\cdot 4-8=0 \Rightarrow 4a-4-8=0$

$4a=12$

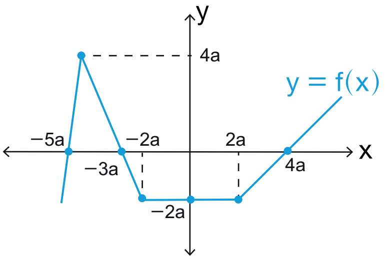
$a=3$ olur.

$f(x)=(a-1)x-8$ kuralı ile verilen f fonksiyonunda $a=3$ yerine yazılırsa $f(x)=2x-8$ elde edilir.

$x=0$ için grafiğin y eksenini kestiği nokta bulunur.

$f(0)=-8$ olduğundan fonksiyon y eksenini $(0,-8)$ noktasında keser.

ÖRNEK



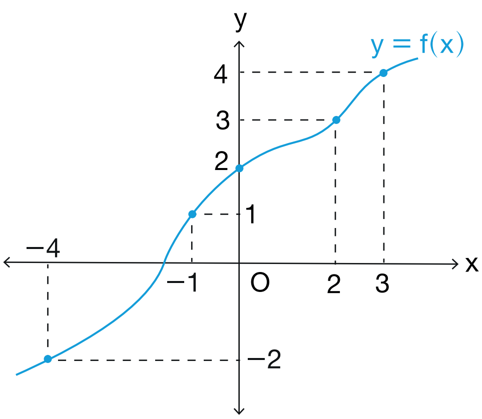
Yanda verilen gerçek sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonunda $f(x)=0$ denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı $2a-12$ olduğuna göre a değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

Koordinat sisteminde grafiğin x eksenini kestiği noktalar $f(x)=0$ denklemini sağlayan x değerleridir. Buradan

$$-5a+(-3a)+4a=2a-12$$
$$-4a=2a-12$$
$$-4a-2a=-12$$
$$-6a=-12$$
$$a=2 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK



Yandaki şekilde $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre $\dfrac{f(0)+f(3)-f(-1)}{f(2)-f(-4)}$ işleminin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$f(a)$ değerinin bulunabilmesi için x eksenindeki a noktasından fonksiyon grafiğine doğru dik bir doğru parçası çizilir. Bu doğrunun grafiği kestiği noktadan y eksenine çizilen dik doğrunun y eksenini kestiği nokta $f(a)$ nın değeridir.

Buna göre $f(-4)=-2$, $f(-1)=1$, $f(0)=2$, $f(2)=3$ ve $f(3)=4$ olur.

Buradan $\dfrac{f(0)+f(3)-f(-1)}{f(2)-f(-4)}=\dfrac{2+4-1}{3-(-2)}=\dfrac{5}{5}=1$ bulunur.

ALIŞTIRMALAR

1. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ olmak üzere f fonksiyonu birim fonksiyondur. $a,b,c\in\mathbb{R}$ için

$f(x)=(a-2b+1)x^2+(b-3)x+c-1$

olduğuna göre $a\cdot b\cdot c$ değerini bulunuz.

2. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ olmak üzere f fonksiyonu birim fonksiyondur. $a,b,c\in\mathbb{R}$ için

$f(3x^3-2)=(a+b-c)x^3+(b+2)x+3c$

olduğuna göre $a+b+c$ değerini bulunuz.

3. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ olmak üzere f fonksiyonu doğrusal fonksiyondur. $f(3)=-1$ ve $f(-3)=-3$ olduğuna göre $f(12)$ değerini bulunuz.

4. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ olmak üzere f fonksiyonu doğrusal fonksiyondur.

$f\left(\frac{x}{2}\right)+f(2x-1)+f(x+2)=14x-5$

olduğuna göre $f(3)$ değerini bulunuz.

5. $A=\{-2,-1,0,3\}$ ve $B=\{-2,1,3,4\}$ kümeleri için $f:A\to\mathbb{R},\ g:B\to\mathbb{R}$ olmak üzere $f=\{(-2,-7),(-1,-4),(0,-1),(3,8)\}$ ve $g=\{(-2,-4),(1,2),(3,6),(4,8)\}$ fonksiyonları veriliyor. Buna göre aşağıdaki fonksiyonları liste biçiminde yazınız.

a) $(f+g)$

b) $(f-2g)$

c) $(f\cdot g)$

ç) $\left(\frac{f}{g}\right)$

6. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ fonksiyonları için $f(x)=2x+3$ ve $(5f-2g)(x)=2x+5$ olduğuna göre $g(x)$ fonksiyonunun kuralını bulunuz.

7. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ fonksiyonları için $(f-2g)(x)=6$ ve $(f+g)(x)=3x-3$ olduğuna göre $(5f\cdot g)(3)$ değerini bulunuz.

8. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ olmak üzere aşağıda verilen fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

a) $f(x)=3x-1$

b) $g(x)=-4x+3$

9. Aşağıda kuralları verilen fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

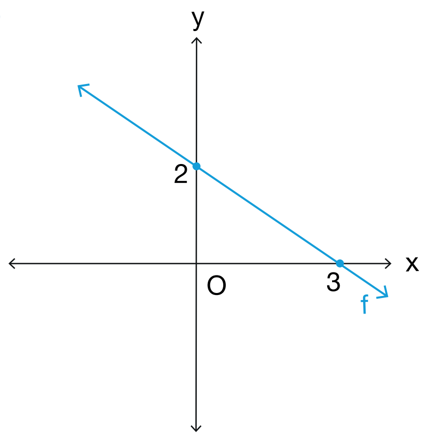
a) $f:(-3,2]\to\mathbb{R},\ f(x)=2x+5$

b) $g:(-5,4)\to\mathbb{R},\ g(x)=-x+2$

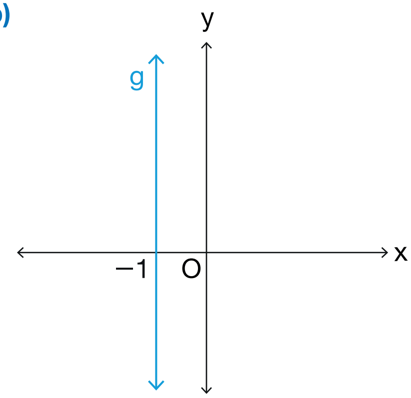
c) $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ h(x)=-5$

10. Aşağıda grafiği verilen ifadelerden fonksiyon olanlarının en geniş tanım ve görüntü kümelerini bulunuz.

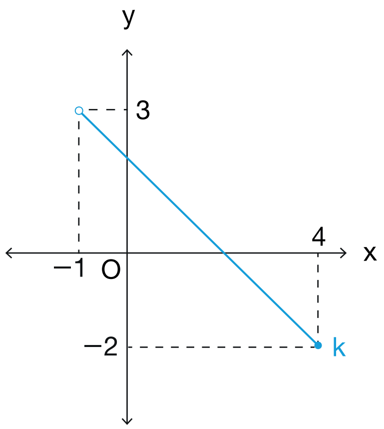
a)



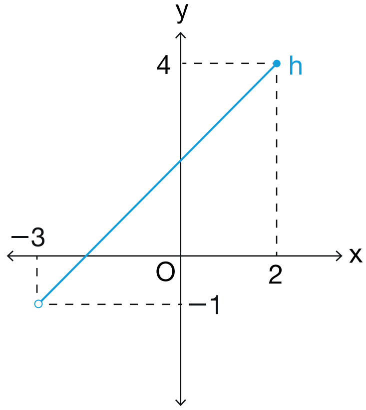
b)



c)

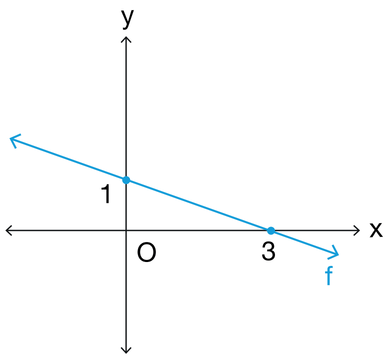


ç)

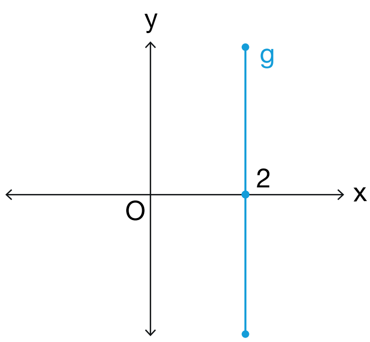


11. Aşağıda verilen grafiklerin fonksiyon belirtip belirtmediğini bulunuz.

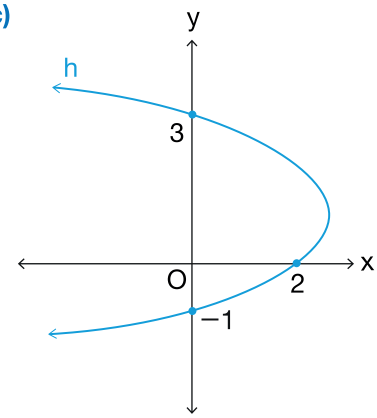
a)



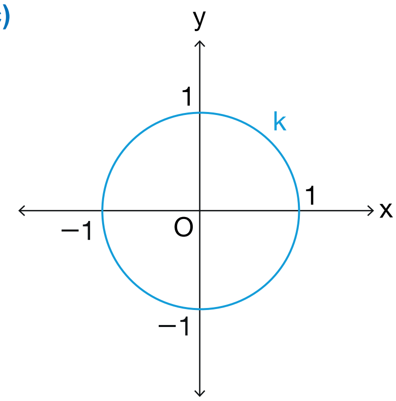
b)



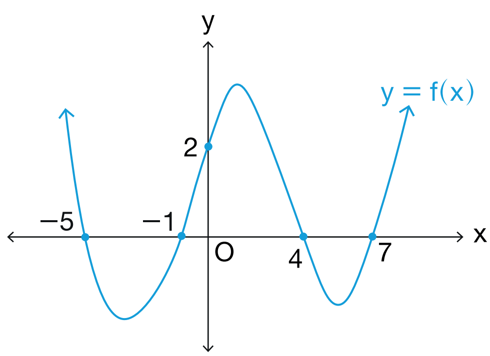
c)



ç)



12.



$f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ olmak üzere yukarıda $y=f(x)$ fonsiyonunun grafiği verilmiştir. $f(x)=0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

13. Kuralı $f(x)=(5a-2)x+a-4$ olan fonksiyonunun grafiği, y eksenini $(0,-3)$ noktasında kestiğine göre grafiğin x eksenini kestiği noktanın koordinatlarını bulunuz.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

A) 1- 5. cümlelerde boş bırakılan yerlere uygun sözcükleri yazınız.

1. $f:A\rightarrow B$ fonksiyonunda A kümesi fonksiyonun .... kümesi, B kümesi fonksiyonun .... kümesidir.

2. Bir fonksiyonda değer kümesinde en az bir eleman açıkta kalıyorsa bu fonksiyon .... fonksiyondur.

3. Her elemanı kendisine eşleyen fonksiyona .... denir.

4. Bir fonksiyonda değer kümesinde açıkta elaman kalmıyorsa bu fonksiyon .... fonksiyondur.

5. Grafiği verilen bir ifadenin fonksiyon olup olmadığını belirtmek için uygulanan teste .... denir.

B) 6. soruda verilen ifadelerden doğru olanların başına D, yanlış olanların başına Y yazınız.

6. **( )** Bir fonksiyon, tanım kümesinin her bir elemanını değer kümesinin bir elemanı ile eşler.

( ) $f:\mathbb{N}\rightarrow\mathbb{N},\ f(x)=x-1$ ifadesi verilen tanım aralığında bir fonksiyon belirtir.

( ) Bir fonksiyonda değer kümesinde açıkta eleman kalmıyorsa bu fonksiyon örtendir.

( ) $f:A\rightarrow B$ fonksiyonunda A kümesi fonksiyonun tanım kümesi, B kümesi fonksiyonun görüntü kümesidir.

( ) Aynı tanım kümesine sahip iki farklı fonksiyonun değer kümeleri aynı ise bu fonksiyonlar eşit fonksiyonlardır.

( ) $f:\mathbb{N}\rightarrow\mathbb{N},\ f(x)=x+3$ kuralı ile verilen f fonksiyonu bire bir ve örtendir.

( ) Birim fonksiyonun tanım kümesi ile görüntü kümesi eşittir.

( ) Bir fonksiyonda değer kümesinde en az bir eleman açıkta kalıyorsa bu fonksiyon içine fonksiyondur.

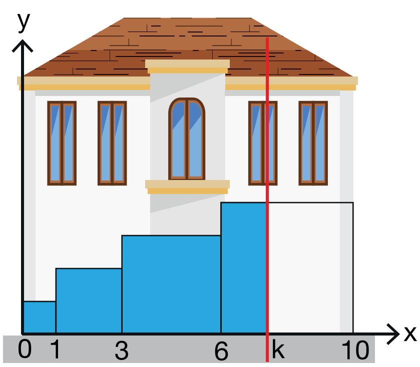
C) 7-10. açık uçlu soruları cevaplandırınız.

7. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (a + b - 2)x^3 + (b - 3)x + 2a - c$ kuralı ile verilen f fonksiyonu birim fonksiyon olduğuna göre c değerini bulunuz.

8. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 3x - 1$ şeklinde tanımlanan f fonksiyonu için $\dfrac{f(-1) - f(2)}{f(-2)}$ ifadesinin değerini bulunuz.

9. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ve $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ fonksiyonları için $f(x - 1) = g(x + 2)$ ve $g(2x - 3) = x - 4$ olduğuna göre $f(6)$ değerini bulunuz.

10.



Şekilde kenar uzunlukları ardışık sayma sayıları olan kareler yan yana verilmiştir.

$f(k)$ değeri, $x = k$ doğrusunun sol tarafındaki boyalı bölgelerin alanını ifade etmektedir.

Örneğin $f(1) = 1$ ve $f(3) = 5$ birimkaredir.

$f(k) = 18$ birimkare olduğuna göre k değerini bulunuz.

Ç) *11-43. çoktan seçmeli soruların doğru seçeneklerini işaretleyiniz.*

11. Aşağıdakilerden hangisi bir fonksiyondur?

A) $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{N},\ f(x) = x - 3$

B) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{x+1}{x}$

C) $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z},\ f(x) = \dfrac{x}{5}$

D) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \sqrt{x-2}$

E) $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N},\ f(x) = x^2 + 1$

12. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = ax - 3$ **kuralı ile verilen f fonksiyonunun grafiği $A(2,-5)$ noktasından geçtiğine göre f fonksiyonunun grafiği x eksenini hangi noktada keser?**

A) $(-3,0)$ B) $(-2,0)$ C) $(0,-3)$ D) $(0,-2)$ E) $(-4,0)$

13. f gerçek sayılar kümesinde tanımlı doğrusal fonksiyondur.
$f(3x) + f(x+1) - f(x-2) = 9x + 7$
olduğuna göre $f(2)$ değeri kaçtır?

A) -25 B) 4 C) 8 D) 11 E) 16

14. $f: \mathbb{R} - \{-2\} \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{5x-8}{x+2}$
olduğuna göre $f(4)$ değeri kaçtır?

A) $-\dfrac{3}{2}$ B) -1 C) 1 D) $\dfrac{3}{2}$ E) 2

15. Uygun koşullarda tanımlı f fonksiyonu için
$f(3x-4) = x^2 - 2x + 7$
eşitliği veriliyor.
Buna göre $f(5)$ değeri kaçtır?

A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 5

16. Gerçek sayılar kümesinden gerçek sayılar kümesine tanımlı bir f fonksiyonu "Tanım kümesindeki her bir gerçek sayıyı değer kümesinde kendisinin üç katının yedi eksiği olan gerçek sayı ile eşleştirir." şeklinde tanımlanmaktadır.
Buna göre bu fonksiyonun ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 3x + 7$

B) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 3 \cdot (x - 7)$

C) $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z},\ f(x) = 3 \cdot (x - 4)$

D) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 3x - 7$

E) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x - 4$

17. $f: A \to B,\ f(x) = 5x - 4$ **kuralı ile verilen f fonksiyonunun görüntü kümesi $[-4,6]$ olduğuna göre A kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(0,-2)$ B) $(0,2)$ C) $[0,2]$ D) $[2,0]$ E) $[-2,0]$

18. $f: A \to B,\ f(x) = 5x - 6$ kuralı ile f fonksiyonu veriliyor.
$f(A) = \{-16,-1,4,14\}$
olduğuna göre bu fonksiyonun tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $A = \{-2,-1,1,2,4\}$

B) $A = \{-2,-1,1,2\}$

C) $A = \{-2,-1,1,4\}$

D) $A = \{-1,1,2,4\}$

E) $A = \{-2,1,2,4\}$

19. $f(3a-7)+2=f(5a+1)+a-12$
eşitliğini sağlayan f fonksiyonu birim fonksiyon olduğuna göre $f(a)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

20. $f(2x-1)=\dfrac{4x-a}{7}$ fonksiyonu veriliyor.
$f(5)=2$ olduğuna göre a kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

21. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ olmak üzere f fonksiyonu sabit fonksiyondur.
$f(x)=(a-2b-4)x^2+(a+b+5)x+a-b$
olduğuna göre $f(928)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 5 C) 9 D) 928 E) 999

22. $f:\mathbb{R}-\{-4\}\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{ax-12}{x+4}$
kuralı ile verilen f fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre $f(2)$ değeri kaçtır?

A) -3 B) -1 C) 5 D) 12 E) 15

23. $A=\{1,2,3\}$ ve $B=\{2,4,5\}$ kümeleri veriliyor.
Buna göre aşağıdakilerden hangisi A dan B ye tanımlı örten fonksiyondur?

A) $f=\{(1,2),(2,2),(3,2)\}$
B) $g=\{(3,2),(2,5),(1,5)\}$
C) $h=\{(1,5),(2,4),(3,2)\}$
D) $m=\{(2,4),(3,4),(1,2)\}$
E) $n=\{(1,5),(3,4),(2,1)\}$

24. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ olmak üzere f fonksiyonu sabit fonksiyondur.
$f(1)+f(2)+f(3)=15$
olduğuna göre $f(4)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

25. Aşağıda verilen fonksiyonlardan kaç tanesi bire bir ve örtendir?

I. $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z},\ f(x)=x+1$
II. $f:\mathbb{N}\to\mathbb{Z},\ f(x)=x-2$
III. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2+1$
IV. $f:\mathbb{N}^+\to\mathbb{N},\ f(x)=x-1$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

26. $f=\{(-1,-3),(b,2),(4,5)\}$
$g=\{(-1,a),(4,c),(5,2)\}$
fonksiyonları veriliyor.
f ve g fonksiyonları eşit fonksiyonlar olduğuna göre $a+b+c$ kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

27. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ olmak üzere f fonksiyonu birim fonksiyondur.
$f(x)=(a-b)x^2+(b+3)x+c-9$
olduğuna göre $f(2a-c)$ değeri kaçtır?

A) 3 B) -3 C) 6 D) 9 E) -13

28. f gerçek sayılar kümesinde tanımlı birim fonksiyondur.
$f(5x+3)=(a-b-6)x+a-7$
olduğuna göre $a+b$ kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

29. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ olmak üzere f fonksiyonu birim fonksiyondur.

$f(3x + a) = (m - n)x^3 - 3mx + 2n + 5$

olduğuna göre a değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

30. Grafiği $A(-2,1)$, $B(-3,-3)$ noktalarından geçen doğrusal fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = 4x - 9$

B) $f(x) = 4x + 9$

C) $f(x) = 9x - 4$

D) $f(x) = 9x + 4$

E) $f(x) = -4x + 9$

31. f gerçek sayılar kümesinde tanımlı doğrusal fonksiyondur.

$f(-1) = 5$ ve $f(3) = -3$

olduğuna göre $f(-5)$ değeri kaçtır ?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

32. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \; f(x) = x + 2$

$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \; g(x) = 3x - 4$

kuralları ile f ve g fonksiyonları veriliyor.

Buna göre $(f \cdot g)(3) + (f - g)(2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 14 B) 25 C) 27 D) 39 E) 50

33. $f = \{(-3,-16),(-1,-6),(1,4),(2,9),(3,14)\}$

$g = \{(-2,14),(-1,12),(0,8),(2,2)(3,-1)\}$

olduğuna göre f + g fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{(-2,6),(4,11),(6,13)\}$

B) $\{(-1,6),(2,11),(3,13)\}$

C) $\{(-1,6),(1,12),(2,11),(3,13)\}$

D) $\{(-1,6),(2,11),(3,15)\}$

E) $\{(-2,-2),(-1,6),(2,11),(3,13)\}$

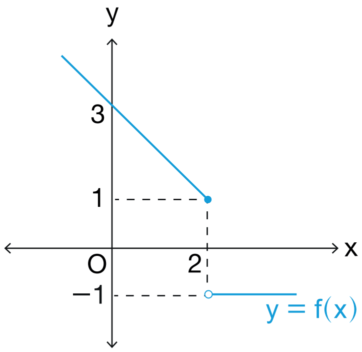
34. f ve g gerçek sayılar kümesinde tanımlı birer fonksiyon olmak üzere

- $(3f + 2g)(x) = 4x - 7$
- $(2f + 3g)(x) = 3x - 11$

olduğuna göre $(f - g)(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x + 4$ B) $x - 4$ C) $x + 5$ D) $x - 5$ E) $x + 6$

35. Aşağıda gerçek sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre f fonksiyonun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 1]$

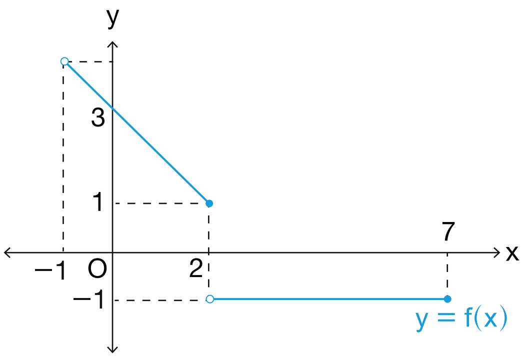
B) $[1, \infty)$

C) $(-\infty, 1)$

D) $\{-1\} \cup [1, \infty)$

E) $\{-1\} \cup (1, \infty)$

36. Aşağıda $(-1,7]$ aralığında tanımlı f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre f fonksiyonunun görüntü kümesinde kaç farklı tam sayı vardır?

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

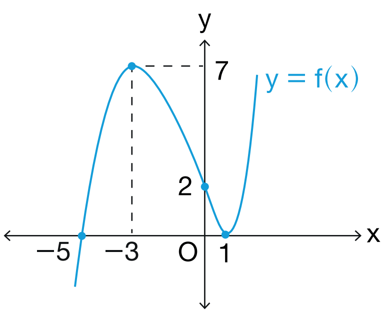
37. Gerçek sayılar kümesinden gerçek sayılar kümesine tanımlı f ve g fonksiyonları

$f(x) = 7x - 5$ ve $(f - 2g)(x) = 11x - 9$

eşitliklerini sağladığına göre g fonksiyonunun kuralı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x + 2$ B) $2x - 1$ C) $2x - 2$
D) $-2x + 2$ E) $-2x - 2$

38. Aşağıda gerçek sayılar kümesinden gerçek sayılar kümesine tanımlı f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

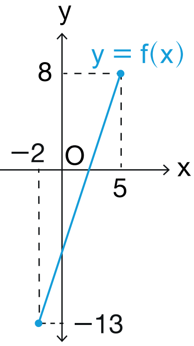


Buna göre $f(-5) + f(-3) + f(0) + f(1)$ kaçtır?

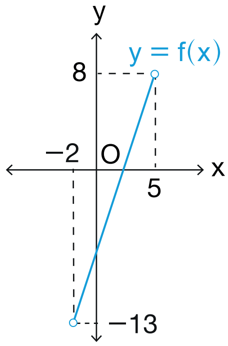
A) 12 B) 10 C) 9
D) 6 E) 5

39. $f : (-2, 5] \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 7$ **kuralı ile verilen f fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?**

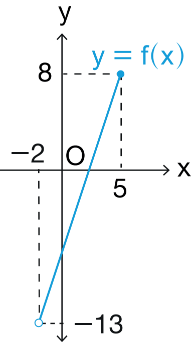
A)



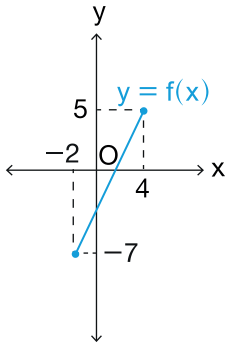
B)



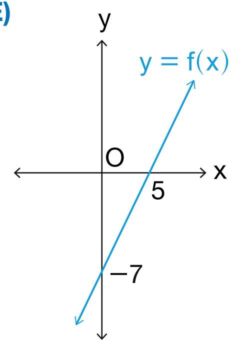
C)



D)

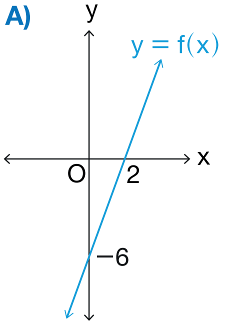


E)

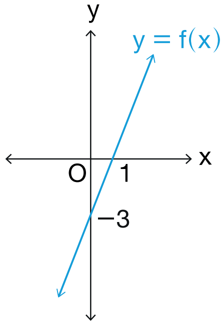


40. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 3$ **kuralı ile verilen f fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?**

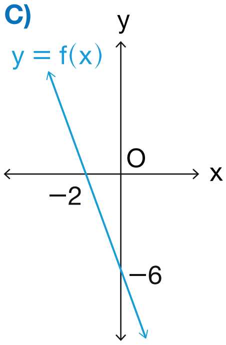
A)



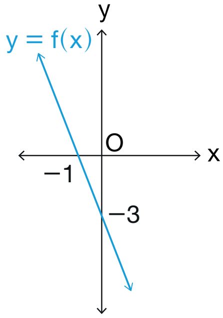
B)



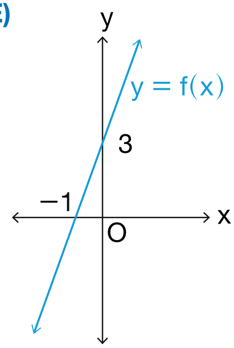
C)



D)



E)

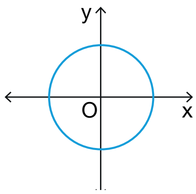


41. $f(x) = (3a - 1)x + a + 5$ **kuralı ile verilen f fonksiyonunun grafiği, x eksenini** $(-3, 0)$ **noktasında kestiğine göre grafiğin y eksenini kestiği noktanın koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?**

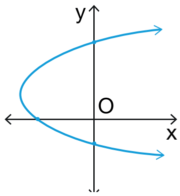
A) $(0, 3)$ **B)** $(0, 6)$ **C)** $(0, -3)$
D) $(0, -6)$ **E)** $(6, 0)$

42. Aşağıdaki grafiklerden hangileri bir fonksiyon grafiği olabilir?

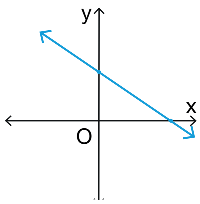
I.



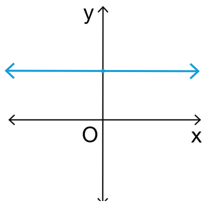
II.



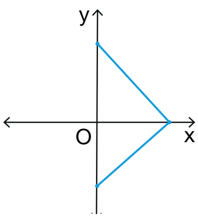
III.



IV.

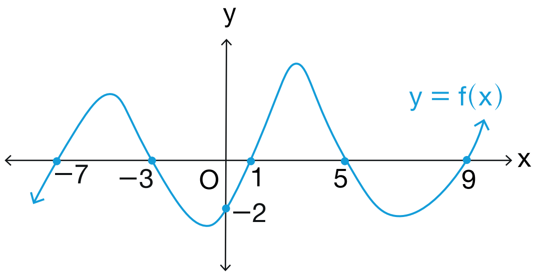


V.



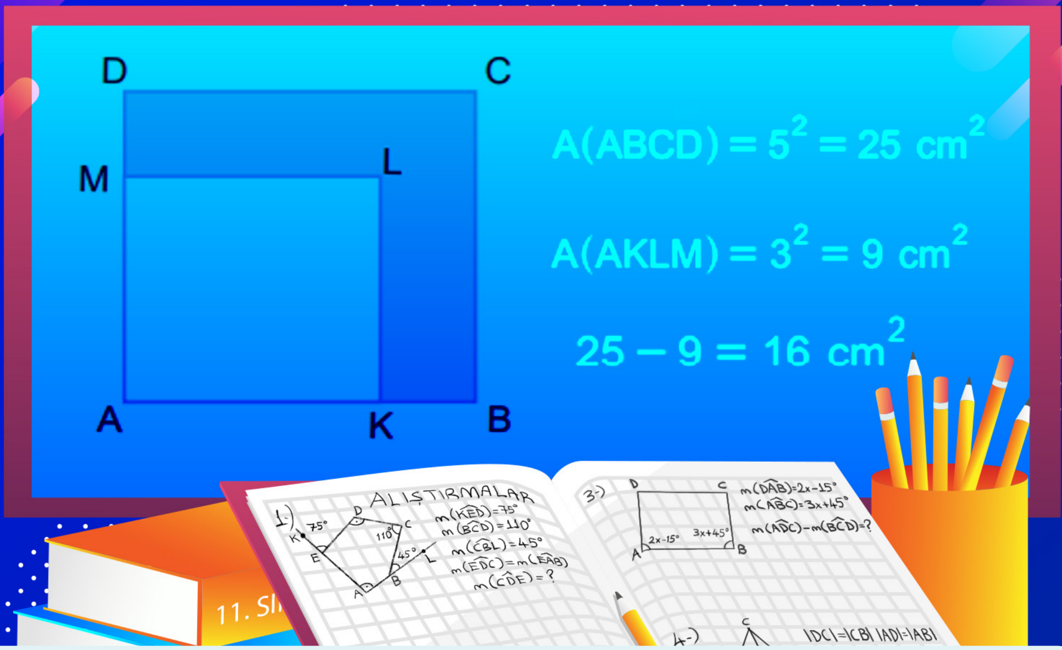
A) III - IV **B)** III - IV - V
C) I - II - III - IV **D)** II - III - IV - V
E) I - II - III - IV - V

43. Aşağıda gerçek sayılar kümesinden gerçek sayılar kümesine tanımlı f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre $f(x) = 0$ **denkleminin çözüm kümesindeki elemanlarının toplamı kaçtır?**

A) −5 **B)** 3 **C)** 5
D) 6 **E)** 7



11.2. ÇOKGENLER VE DÖRTGENLER

KAZANIMLAR

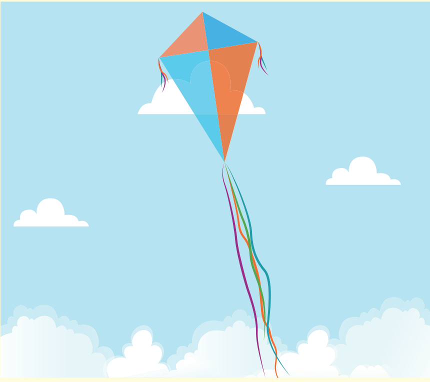
11.2.1. **ÇOKGENLER**

11.2.2. **DÖRTGENLER**

11.2.3. **ÖZEL DÖRTGENLER**

Bu ünitede çokgen, düzgün çokgen, köşegen, dış bükey dörtgen, iç bükey dörtgen, çevre, alan, paralelkenar, dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen, deltoid, yamuk, ikizkenar yamuk ve dik yamuk kavramlarını öğreneceksiniz.

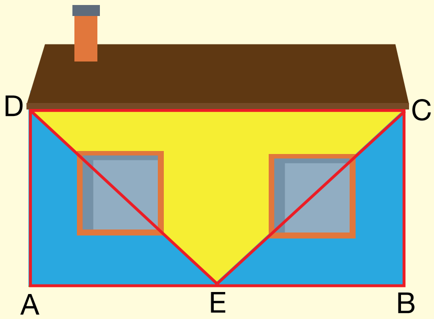
HAZIRLIK ÇALIŞMASI



Görsel 2.1

1. Dörtgen şeklindeki uçurtmanın iskeletini oluşturan çıtalar birbirini dik ortalamaktadır. Çıtalardan kısa olanının uzunluğu 50 cm, uzun olanının uzunluğu 80 cm dir.

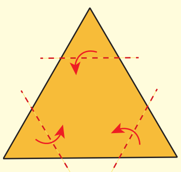
   Buna göre uçurtmanın yüzeyinde kullanılan kaplama kâğıdının alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.



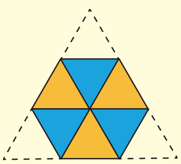
Görsel 2.2

2. Yandaki evin ön yüzü ABCD dikdörtgeni biçimindedir.
   - Evin duvarında ikişer köşesi [ED] ve [EC] üzerinde yer alan, karesel bölgelerden oluşan eş iki pencere vardır.
   - Evin duvarında elde edilen bölgeler şekildeki gibi sarı ve mavi taşlar ile kaplanmıştır.
   - $|AE| = |EB|$, $|AB| = 400$ cm, $|BC| = 200$ cm ve pencerelerden birinin çevresi 400 santimetredir.

   Sarı taşın metrekaresi 200 TL ve mavi taşın metrekaresi 100 TL olduğuna göre bu evin ön yüzünün kaplama maliyetinin kaç TL olduğunu bulunuz.



1. şekil



2. şekil

3. Her bir kenar uzunluğu 12 cm olan ön yüzü turuncu, arka yüzü mavi renkli eşkenar üçgen biçiminde olan 1. şekildeki gibi bir kâğıt, köşelerinden köşe noktaları üçgenin ağırlık merkezinde kesişecek şekilde iç kısma doğru katlanmış ve 2. şekil elde edilmiştir.

   Buna göre elde edilen 2. şeklin alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

11.2.1. ÇOKGENLER

11.2.1.1. Çokgenler ve Temel Elemanları

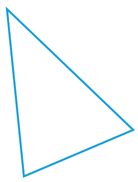
$n \geq 3$, $n \in \mathbb{N}$ ve $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ herhangi üçü doğrusal olmayan n tane nokta olsun. Bu noktaların ardışık olarak $[A_1A_2]$, $[A_2A_3]$, $[A_3A_4], \ldots, [A_{n-1}A_n]$, $[A_nA_1]$ doğru parçaları ile birleştirilmesiyle elde edilen, yalnız bir kapalı bölgeye sahip geometrik şekle $\mathbf{A_1A_2A_3 \ldots A_n}$ **çokgeni** veya **n-gen** denir.

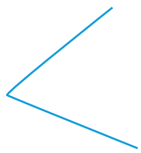
$A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ noktalarına **çokgenin köşeleri,**
$[A_1A_2]$, $[A_2A_3]$, $[A_3A_4], \ldots, [A_{n-1}A_n]$, $[A_nA_1]$ doğru parçalarına ise **çokgenin kenarları** denir.

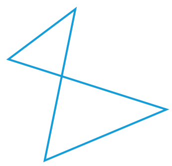
Çokgenler kenar sayılarına göre adlandırılır: Üç kenarlı çokgene **üçgen**, dört kenarlı çokgene **dörtgen**, beş kenarlı çokgene **beşgen** ve n kenarlı çokgene **n-gen** denir.

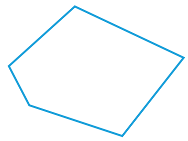
ÖRNEK

Aşağıda verilen şekillerden çokgen olanlarını adlandırınız.

a) 

b) 

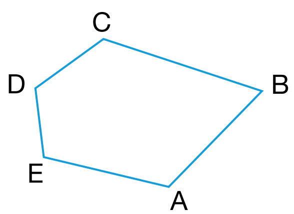
c) 

ç) 

ÇÖZÜM

a) Verilen şekil bir çokgen olup üçgen olarak adlandırılır.
b) Verilen şekil bir kapalı bölge oluşturmadığından çokgen değildir.
c) Verilen şekil iki kapalı bölge oluşturduğundan çokgen değildir.
ç) Verilen şekil bir çokgen olup beşgen olarak adlandırılır.

ÖRNEK



Yanda verilen çokgenin köşelerini ve kenarlarını yazınız.

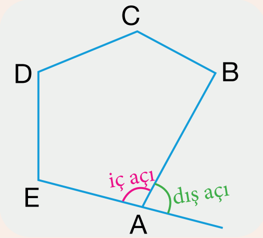
ÇÖZÜM

Verilen çokgen ABCDE beşgenidir.

A, B, C, D ve E noktaları çokgenin köşeleridir.

$[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DE]$ ve $[EA]$ doğru parçaları çokgenin kenarlarıdır.

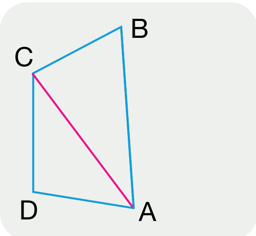
11.2.1.2. Çokgende Açı Bağıntıları



Şekildeki gibi bir çokgenin ardışık iki kenarının oluşturduğu açılardan iç bölgede kalanına çokgenin bir **iç açısı**, iç açının komşu bütünleri olan açıya ise çokgenin bir **dış açısı** denir.

Bir çokgende kenar sayısı kadar iç açı ve dış açı bulunur.

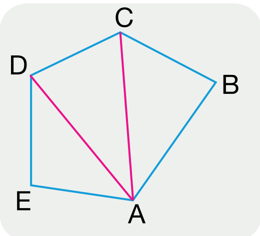
Bir çokgenin ardışık olmayan iki köşesini birleştiren doğru parçasına **köşegen** denir.



Yandaki ABCD dörtgeninin A köşesi ile C köşesi birleştirilerek [AC] köşegeni çizilebilmiş ve bu köşegen ile dörtgen içerisinde iki tane (kenar sayısının iki eksiği kadar) üçgen oluşturulmuştur.

Bu dörtgen içerisinde oluşan iki üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı, dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamını verir. Bu durumda bir dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamı

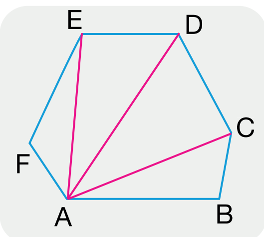
$2 \cdot 180° = 360°$ olur.



Yandaki ABCDE beşgeninin A köşesi ile C ve D köşeleri birleştirilerek [AC] ve [AD] olmak üzere iki köşegen çizilebilmiştir ve bu köşegenler ile beşgen içerisinde üç tane (kenar sayısının iki eksiği kadar) üçgen oluşturulmuştur.

Bu beşgenin içinde oluşan üç üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı, beşgenin iç açılarının ölçüleri toplamını verir. Bu durumda bir beşgenin iç açılarının ölçüleri toplamı

$3 \cdot 180° = 540°$ olur.



Yandaki ABCDEF altıgeninin A köşesi ile C, D ve E köşeleri birleştirilerek [AC], [AD] ve [AE] olmak üzere üç köşegen çizilebilmiştir ve bu köşegenler ile altıgen içerisinde dört tane (kenar sayısının iki eksiği kadar) üçgen oluşturulmuştur.

Bu altıgenin içinde oluşan üç üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı, altıgenin iç açılarının ölçüleri toplamını verir. Bu durumda bir altıgenin iç açılarının ölçüleri toplamı

$4 \cdot 180° = 720°$ olur.

n kenarlı bir çokgende bir köşeden çizilen köşegenler ile çokgen içerisinde kenar sayısının iki eksiği kadar üçgen elde edileceğinden n kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı

$\mathbf{(n-2) \cdot 180°}$ olur.

n kenarlı bir çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamı ise $\mathbf{360°}$ dir.

ÖRNEK

Bir sekizgenin iç açılarının ölçüleri toplamını ve dış açılarının ölçüleri toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM

n kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $(n-2)\cdot 180^\circ$ olduğundan bir sekizgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $(8-2)\cdot 180^\circ = 1080^\circ$ olur.
Bütün çokgenlerin dış açıları toplamı 360° olduğundan sekizgenin de dış açılarının ölçüleri toplamı 360° olur.

ÖRNEK

Bir köşesinden 4 tane köşegen çizilebilen bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM

n kenarlı bir çokgenin bir köşesinden çizilen tüm köşegenlerin sayısı $n-3$ tane olduğundan $n-3=4$ olup buradan çokgenin kenar sayısı 7 bulunur.

Bu durumda 7 kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $(7-2)\cdot 180^\circ = 900^\circ$ bulunur.

ÖRNEK

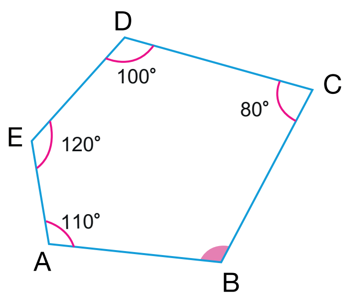
İç açılarının ölçüleri toplamı 1260° olan bir çokgenin kaç kenarı olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

n kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $(n-2)\cdot 180^\circ$ olduğundan $(n-2)\cdot 180^\circ = 1260^\circ$ olur.

$$(n-2)\cdot 180^\circ = 1260^\circ \Rightarrow \frac{(n-2)\cdot \cancel{180^\circ}}{\cancel{180^\circ}} = \frac{1260^\circ}{180^\circ}$$
$$\Rightarrow n-2=7$$
$$\Rightarrow n=9 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK



Yanda verilen ABCDE beşgeninde

$m(\widehat{BCD}) = 80^\circ$
$m(\widehat{CDE}) = 100^\circ$
$m(\widehat{DEA}) = 120^\circ$
$m(\widehat{EAB}) = 110^\circ$

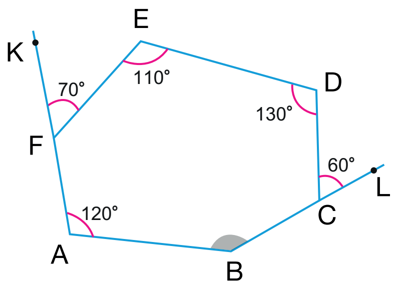
olduğuna göre $m(\widehat{ABC})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

Verilen çokgen ABCDE beşgenidir. Beşgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $(5-2)\cdot 180^\circ = 540^\circ$ olduğundan

$$m(\widehat{ABC}) + 80^\circ + 100^\circ + 120^\circ + 110^\circ = 540^\circ \Rightarrow m(\widehat{ABC}) + 410^\circ = 540^\circ$$
$$\Rightarrow m(\widehat{ABC}) = 540^\circ - 410^\circ$$
$$\Rightarrow m(\widehat{ABC}) = 130^\circ \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK



Yanda verilen ABCDEF altıgeninde A, F, K noktaları doğrusal ve B, C, L noktaları doğrusaldır.

$m(\widehat{LCD}) = 60^\circ$

$m(\widehat{CDE}) = 130^\circ$

$m(\widehat{DEF}) = 110^\circ$

$m(\widehat{EFK}) = 70^\circ$

$m(\widehat{FAB}) = 120^\circ$

olduğuna göre $m(\widehat{ABC})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

Verilen çokgen ABCDEF altıgenidir. Altıgenin

C köşesine ait dış açısı 60° olduğundan $m(\widehat{BCD}) = 120^\circ$

F köşesine ait dış açısı 70° olduğundan $m(\widehat{EFA}) = 110^\circ$ olur.

Altıgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $(6-2)\cdot 180^\circ = 720^\circ$ olduğundan

$$m(\widehat{ABC}) + 120^\circ + 130^\circ + 110^\circ + 110^\circ + 120^\circ = 720^\circ \Rightarrow m(\widehat{ABC}) + 590^\circ = 720^\circ$$

$$\Rightarrow m(\widehat{ABC}) = 720^\circ - 590^\circ$$

$$\Rightarrow m(\widehat{ABC}) = 130^\circ \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

İç açılarının ölçüleri toplamı, dış açılarının ölçüleri toplamının 6 katı olan çokgenin kaç kenarı olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

n kenarlı bir çokgenin dış açılarının toplamı 360° ve iç açılarının ölçüleri toplamı $(n-2)\cdot 180^\circ$ olduğundan

$$(n-2)\cdot 180^\circ = 6\cdot 360^\circ \Rightarrow \frac{(n-2)\cdot \cancel{180^\circ}}{\cancel{180^\circ}} = \frac{6\cdot \cancel{360^\circ}}{\cancel{180^\circ}}$$

$$\Rightarrow n-2 = 12$$

$$\Rightarrow n = 14 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

İki iç açısı 85° ve 145° olan bir çokgenin tüm iç açılarının ölçüleri toplamı, 10 tane dik açının ölçüleri toplamına eşit olduğuna göre bu çokgenin diğer iç açılarının ölçülerinin toplamının kaç derece olduğunu bulunuz.

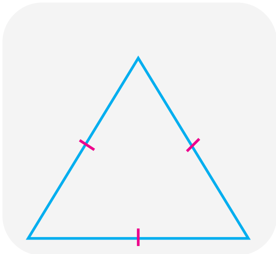
ÇÖZÜM

Bu çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 10 tane dik açının ölçüleri toplamına eşit olduğundan çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $10\cdot 90^\circ = 900^\circ$ olur.

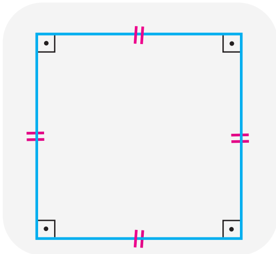
Bu durumda çokgenin diğer iç açılarının ölçüleri toplamı $900^\circ - (85^\circ + 145^\circ) = 670^\circ$ bulunur.

Düzgün Çokgenler

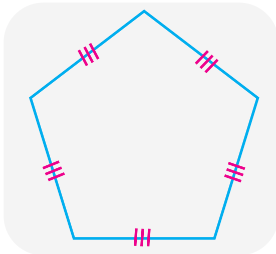
Tüm kenar uzunlukları birbirine eşit ve tüm iç açılarının ölçüleri birbirine eşit olan çokgenlere **düzgün çokgen** denir.



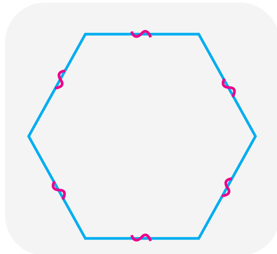
Eşkenar üçgen



Kare



Düzgün beşgen



Düzgün altıgen

Düzgün Çokgenlerde Açı Bağıntıları

n kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $(\mathbf{n-2})\cdot \mathbf{180^\circ}$ ifadesi ile hesaplandığından n kenarlı bir düzgün çokgenin de iç açılarının ölçüleri toplamı $(\mathbf{n-2})\cdot \mathbf{180^\circ}$ ifadesi ile hesaplanır. Düzgün bir çokgenin bütün iç açılarının ölçüleri birbirine eşit olduğundan n kenarlı bir düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsü

$$\frac{(\mathbf{n-2})\cdot \mathbf{180^\circ}}{\mathbf{n}} = \mathbf{180^\circ} - \frac{\mathbf{360^\circ}}{\mathbf{n}}$$

ile bulunur.

n kenarlı bir çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° olduğundan n kenarlı bir düzgün çokgenin de dış açılarının ölçüleri toplamı 360° olur. Düzgün çokgenlerin tüm iç açılarının ölçüleri birbirine eşit olduğundan tüm dış açılarının ölçüleri de birbirine eşit olur. Düzgün bir çokgenin bütün dış açılarının ölçüleri birbirine eşit olduğundan n kenarlı bir düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsü

$$\frac{\mathbf{360^\circ}}{\mathbf{n}}$$

ile bulunur.

ÖRNEK

Bir düzgün beşgenin bir iç ve bir dış açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulunuz.

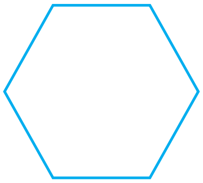
ÇÖZÜM

Verilen düzgün çokgen bir düzgün beşgendir.

n kenarlı bir düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsü $\frac{360^\circ}{n}$ olduğundan bir düzgün beşgenin bir dış açısının ölçüsü $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$ olur.

n kenarlı bir düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsü $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ olduğundan bir düzgün beşgenin bir iç açısının ölçüsü $180^\circ - \frac{360^\circ}{5} = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$ bulunur.

ÖRNEK



Yanda verilen düzgün çokgenin bir iç açısının ve bir dış açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

Verilen düzgün çokgen bir düzgün altıgendir.

n kenarlı bir düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsü $\frac{360°}{n}$ olduğundan bir düzgün altıgenin bir dış açısının ölçüsü $\frac{360°}{6} = 60°$ olur.

n kenarlı bir düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsü $180° - \frac{360°}{n}$ olduğundan bir düzgün altıgenin bir iç açısının ölçüsü $180° - \frac{360°}{6} = 120°$ bulunur.

ÖRNEK

Bir iç açısının ölçüsü bir dış açısının ölçüsünün 5 katı olan düzgün çokgenin kenar sayısını bulunuz.

ÇÖZÜM

Düzgün çokgenin bir dış açısı x ise bir iç açısı 5x olur. Bir düzgün çokgenin bir iç açısı ile bir dış açısının ölçüleri toplamı $180°$ olduğundan

$$x + 5x = 180° \Rightarrow 6x = 180°$$
$$\Rightarrow x = 30° \text{ bulunur.}$$

n kenarlı bir düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsü $\frac{360°}{n}$ olduğundan $\frac{360°}{n} = 30°$ olur.

$$30° = \frac{360°}{n} \Rightarrow n \cdot 30° = 360°$$
$$\Rightarrow \frac{n \cdot \cancel{30°}}{\cancel{30°}} = \frac{360°}{30°}$$
$$\Rightarrow n = 12 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

Bir düzgün sekizgenin bir iç ve bir dış açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

n kenarlı bir düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsü $\frac{360°}{n}$ olduğundan bir düzgün sekizgenin bir dış açısının ölçüsü $\frac{360°}{8} = 45°$ olur.

n kenarlı bir düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsü $180° - \frac{360°}{n}$ olduğundan bir düzgün sekizgenin bir iç açısının ölçüsü $180° - \frac{360°}{8} = 135°$ bulunur.

ÖRNEK

İç açılarının ölçüleri toplamı, dış açılarının ölçüleri toplamının 3 katı olan düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

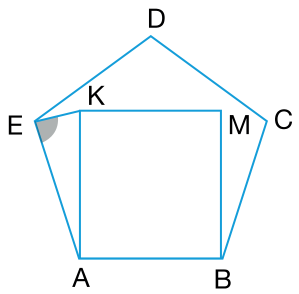
n kenarlı bir düzgün çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $(n-2)\cdot 180^\circ$ ve iç açılarının ölçüleri toplamı, dış açılarının ölçüleri toplamının 3 katı olduğundan

$(n-2)\cdot \cancel{180^\circ}^{1} = 3\cdot \cancel{360^\circ}^{2} \Rightarrow n-2=6 \Rightarrow n=8$ olur.

Bu durumda düzgün çokgen sekizgen olup bir düzgün sekizgenin bir dış açısının ölçüsü

$\dfrac{360^\circ}{8} = 45^\circ$ bulunur.

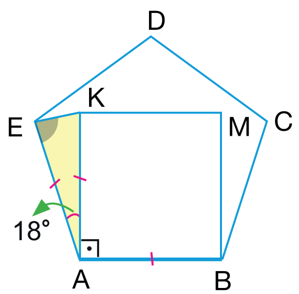
ÖRNEK



Yanda ABCDE düzgün beşgeni ile ABMK karesi verilmiştir.

Buna göre $m(\widehat{AEK})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABMK kare olduğundan $m(\widehat{KAB}) = 90^\circ$ ve ABCDE düzgün beşgen olduğundan $m(\widehat{EAB}) = 108^\circ$ olur.

$m(\widehat{EAK}) = m(\widehat{EAB}) - m(\widehat{KAB}) \Rightarrow m(\widehat{EAK}) = 108^\circ - 90^\circ$

$\Rightarrow m(\widehat{EAK}) = 18^\circ$ olur.

ABCDE düzgün beşgeni ile ABMK karesinin kenar uzunlukları eşit olduğundan AEK ikizkenar üçgen olur.

AEK ikizkenar üçgeninde $m(\widehat{AEK}) = m(\widehat{AKE}) = x$ olsun. Bu durumda

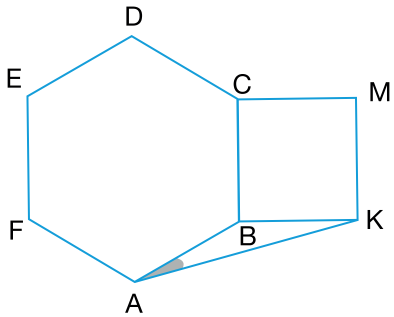
$x + x + m(\widehat{EAK}) = 180^\circ \Rightarrow 2x + 18^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow 2x = 180^\circ - 18^\circ$

$\Rightarrow 2x = 162^\circ$

$\Rightarrow x = 81^\circ$ bulunur.

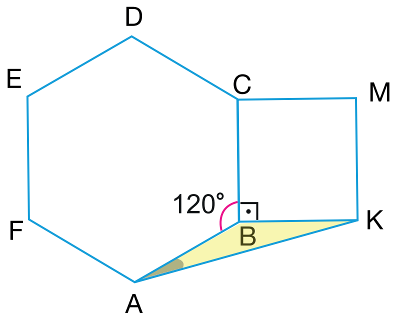
ÖRNEK



Yanda ABCDEF düzgün altıgeni ile BKMC karesi verilmiştir.

Buna göre $m(\widehat{KAB})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



BKMC kare olduğundan $m(\widehat{KBC}) = 90°$ ve ABCDEF düzgün altıgen olduğundan $m(\widehat{ABC}) = 120°$ olur.

$$
\begin{aligned}
m(\widehat{ABK}) + m(\widehat{KBC}) + m(\widehat{ABC}) = 360° &\Rightarrow m(\widehat{ABK}) + 90° + 120° = 360° \\
&\Rightarrow m(\widehat{ABK}) + 210° = 360° \\
&\Rightarrow m(\widehat{ABK}) = 360° - 210° \\
&\Rightarrow m(\widehat{ABK}) = 150° \text{ olur.}
\end{aligned}
$$

ABCDEF düzgün altıgeni ile BKMC karesinin kenar uzunlukları eşit olduğundan ABK ikizkenar üçgen olur.

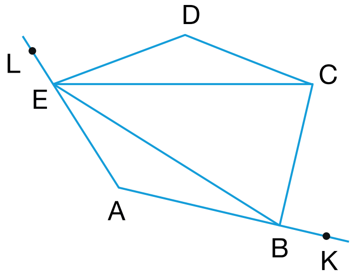
ABK ikizkenar üçgeninde $m(\widehat{BAK}) = m(\widehat{AKB}) = x$ olsun.

Bu durumda

$$
\begin{aligned}
x + x + m(\widehat{ABK}) = 180° &\Rightarrow 2x + 150° = 180° \\
&\Rightarrow 2x = 180° - 150° \\
&\Rightarrow 2x = 30° \\
&\Rightarrow x = 15° \text{ bulunur.}
\end{aligned}
$$

ALIŞTIRMALAR

1.



Yukarıda verilen ABCDE çokgeni için aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başına "D", yanlış olanların başına "Y" yazınız.

( ) $\widehat{DEL}$ çokgenin bir dış açısıdır.

( ) Çokgenin 2 tane dış açısı vardır.

( ) $\widehat{DEB}$ çokgenin bir iç açısıdır.

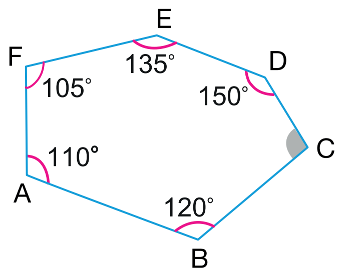
( ) $[EB]$ çokgenin bir köşegenidir.

( ) Çokgenin 9 tane iç açısı vardır.

( ) Çokgenin iç açıları ölçüleri toplamı 540° dir.

2. İç açıları ölçüleri toplamı 1440° olan bir çokgenin bir köşesinden kaç farklı köşegen çizilebileceğini bulunuz.

3.



Yukarıda verilen ABCDEF altıgeninde

$m(\widehat{CDE}) = 150^\circ, m(\widehat{DEF}) = 135^\circ$

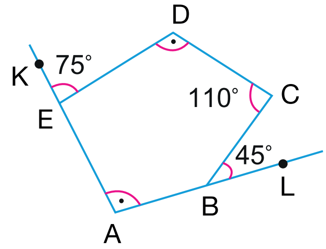
$m(\widehat{EFA}) = 105^\circ, m(\widehat{FAB}) = 110^\circ$

$m(\widehat{ABC}) = 120^\circ$

olduğuna göre $m(\widehat{BCD})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

4. Bir sekizgenin bütün iç açıları ölçüleri arasında 10° lik bir fark olduğuna göre bu çokgenin en büyük dış açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulunuz.

5.



Yukarıda verilen ABCDE beşgeninde A, E, K noktaları ile A, B, L noktaları doğrusaldır.

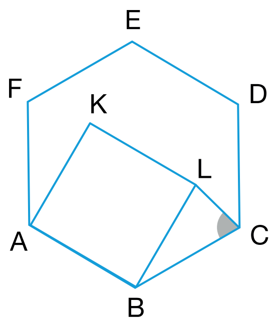
$m(\widehat{KED}) = 75^\circ, m(\widehat{BCD}) = 110^\circ$

$m(\widehat{CBL}) = 45^\circ$ ve $m(\widehat{EDC}) = m(\widehat{EAB})$

olduğuna göre $m(\widehat{CDE})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

6. Bir dış açısının ölçüsü bir iç açısının ölçüsünün yarısı olan düzgün çokgenin köşe sayısını bulunuz.

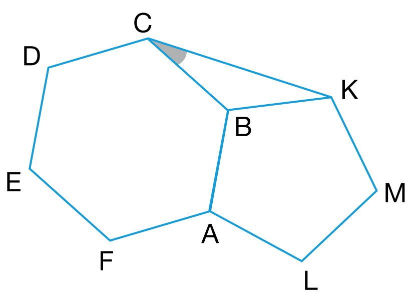
7.



Yukarıda ABCDEF düzgün altıgeni ile ABLK karesi verilmiştir.

Buna göre $m(\widehat{BCL})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

8.



Yukarıda ABCDEF düzgün altıgeni ile ALMKB düzgün beşgeni verilmiştir.

Buna göre $m(\widehat{BCK})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

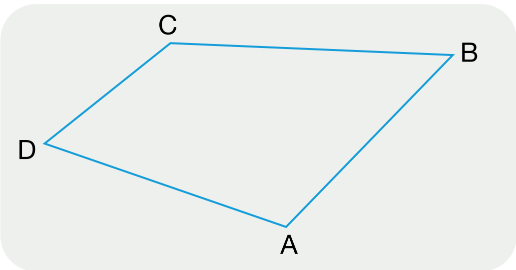
11.2.2. DÖRTGENLER

11.2.2.1. Dörtgenler ve Temel Elemanları

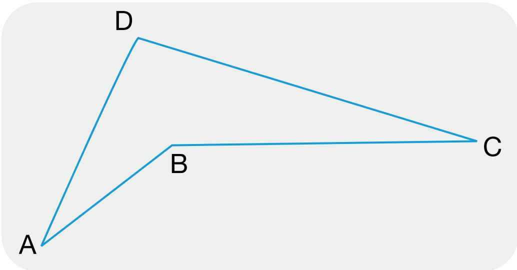
A, B, C ve D herhangi üçü doğrusal olmayan 4 tane nokta olsun. Bu noktaların ardışık olarak [AB], [BC], [CD] ve [DA] doğru parçaları ile birleştirilmesiyle elde edilen kapalı bölgeye sahip geometrik şekle **ABCD dörtgeni** denir.

A, B, C ve D noktaları **dörtgenin köşeleri**; [AB], [BC], [CD] ve [DA] doğru parçaları **dörtgenin kenarları**; $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCD}$, $\widehat{CDA}$ ve $\widehat{DAB}$ açıları ise **dörtgenin iç açıları**dır. Bir dörtgenin köşeleri, kenarları ve açıları dörtgenin temel elemanlarıdır.

Tüm iç açıları 180° den küçük olan dörtgenlere **dışbükey dörtgen,** herhangi bir açısı 180° den büyük olan çokgenlere **içbükey dörtgen** denir.



Dışbükey dörtgen



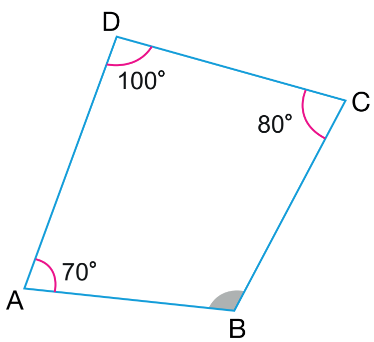
İçbükey dörtgen

11.2.2.2. Dörtgenlerde Açı Bağıntıları

n kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $(\mathbf{n-2})\cdot\mathbf{180°}$ ile hesaplandığından dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $(\mathbf{4-2})\cdot\mathbf{180°}=\mathbf{360°}$ olur.

n kenarlı bir çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° olduğundan dörtgenlerin de dış açılarının ölçüleri toplamı 360° olur.

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD dörtgeninde

$m(\widehat{BCD})=80°$
$m(\widehat{ADC})=100°$
$m(\widehat{DAB})=70°$

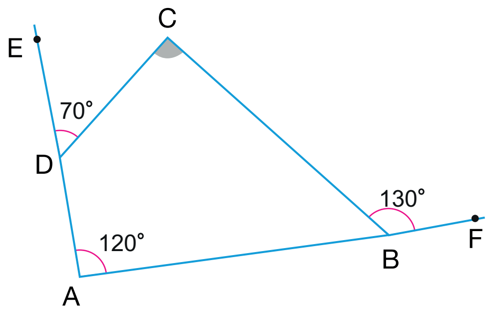
olduğuna göre $m(\widehat{ABC})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

Verilen ABCD dörtgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı 360° olduğundan

$$m(\widehat{ABC})+80°+100°+70°=360° \Rightarrow m(\widehat{ABC})+250°=360°$$
$$\Rightarrow m(\widehat{ABC})=110° \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD dörtgeninde A, B, F noktaları doğrusal ve A, D, E noktaları doğrusaldır.

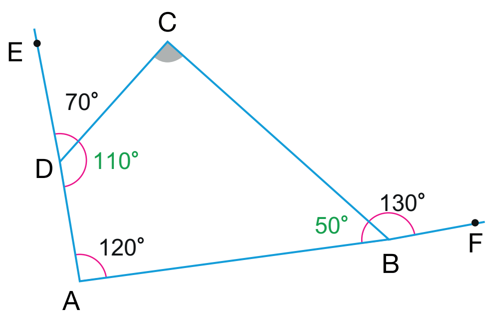
$m(\widehat{CDE}) = 70^\circ$

$m(\widehat{DAB}) = 120^\circ$

$m(\widehat{CBF}) = 130^\circ$

olduğuna göre $m(\widehat{DCB})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



Verilen ABCD dörtgeninin

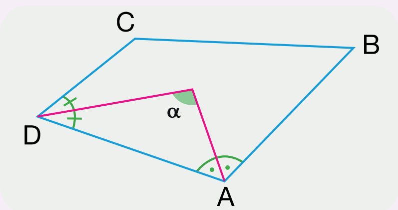
D köşesine ait dış açısı 70° olduğundan $m(\widehat{ADC}) = 110^\circ$

B köşesine ait dış açısı 130° olduğundan $m(\widehat{ABC}) = 50^\circ$ olur.

Dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 360° olduğundan

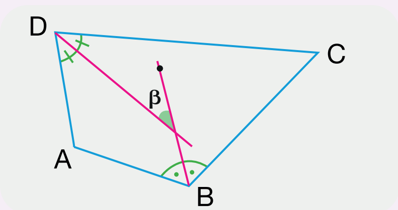
$$\begin{aligned} m(\widehat{DCB}) + 110^\circ + 120^\circ + 50^\circ = 360^\circ &\Rightarrow m(\widehat{DCB}) + 280^\circ = 360^\circ \\ &\Rightarrow m(\widehat{DCB}) = 360^\circ - 280^\circ \\ &\Rightarrow m(\widehat{DCB}) = 80^\circ \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Özellik



Bir dörtgende komşu iki iç açının açıortaylarının oluşturduğu açının ölçüsü dörtgenin diğer iki açısının toplamının yarısıdır.

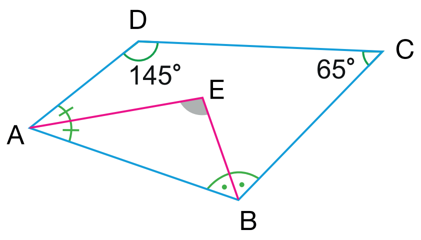
$$\alpha = \frac{\mathbf{m(\widehat{BCD}) + m(\widehat{ABC})}}{\mathbf{2}}$$



Bir dörtgende karşılıklı iki iç açının açıortaylarının oluşturduğu açının ölçüsü dörtgenin diğer iki açısının farkının yarısıdır.

$$\beta = \left| \frac{\mathbf{m(\widehat{BAD}) - m(\widehat{BCD})}}{\mathbf{2}} \right|$$

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD dörtgeninde $[AE]$, BAD açısının ve $[BE]$, ABC açısının açıortayıdır.

$m(\widehat{BCD}) = 65°$

$m(\widehat{ADC}) = 145°$

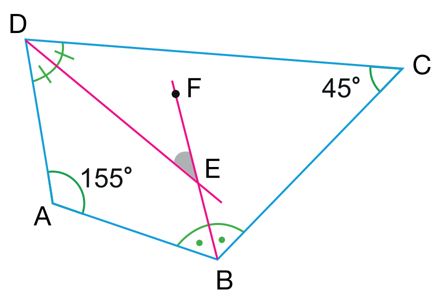
olduğuna göre $m(\widehat{AEB})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

AEB açısı, ABCD dörtgeninde BAD ve ABC komşu açılarının açıortaylarının oluşturduğu açı olduğundan AEB açısının ölçüsü ABCD dörtgeninin diğer iki iç açısı olan ADC ve BCD açılarının ölçüleri toplamının yarısına eşittir. Buna göre

$$\begin{aligned} m(\widehat{AEB}) &= \frac{m(\widehat{ADC}) + m(\widehat{BCD})}{2} \\ &= \frac{145° + 65°}{2} \\ &= \frac{210°}{2} \\ &= 105° \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD dörtgeninde $[DE]$, ADC açısının ve $[BF]$, ABC açısının açıortayıdır.

$m(\widehat{BAD}) = 155°$

$m(\widehat{BCD}) = 45°$

olduğuna göre $m(\widehat{DEF})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

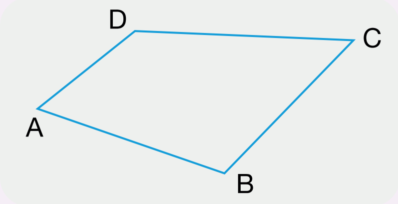
ÇÖZÜM

DEF açısı, ABCD dörtgeninde karşılıklı ADC ve ABC açılarının açıortaylarının oluşturduğu açı olduğundan DEF açısının ölçüsü, ABCD dörtgeninin diğer iki açısı olan DAB ve BCD açılarının ölçülerinin farkının yarısına eşit olur. Bu durumda

$$\begin{aligned} m(\widehat{DEF}) &= \left| \frac{m(\widehat{DAB}) - m(\widehat{BCD})}{2} \right| \\ &= \left| \frac{155° - 45°}{2} \right| \\ &= \frac{110°}{2} \\ &= 55° \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

11.2.2.3. Dörtgenlerin Çevresi

Özellik

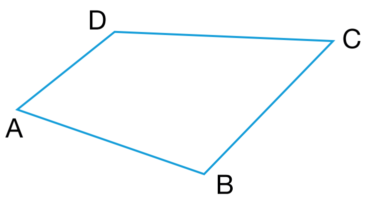


Bir ABCD dörtgeninin çevresi

$|AB|+|BC|+|CD|+|DA|$

toplamı ile bulunur.

ÖRNEK



Yanda çevresi 38 cm olan ABCD dörtgeni verilmiştir.

$|AB| = 8$ cm

$|BC| = 9$ cm

$|AD| = 7$ cm

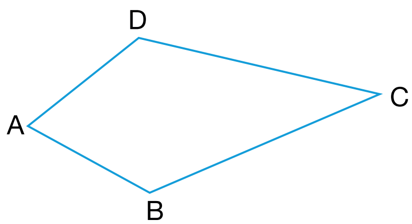
olduğuna göre $|CD|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

Bir ABCD dörtgeninin çevresi 38 cm olduğundan

$$|AB|+|BC|+|CD|+|DA| = 38$$
$$8+9+|CD|+7 = 38$$
$$|CD|+24 = 38$$
$$|CD| = 38-24$$
$$|CD| = 14 \text{ cm bulunur.}$$

ÖRNEK



Yanda çevresi 24 cm olan ABCD dörtgeni verilmiştir.

$|AB| = (x+3)$ cm

$|BC| = (2x-1)$ cm

$|CD| = (4x-3)$ cm

$|AD| = (3x-5)$ cm

olduğuna göre x değerini bulunuz.

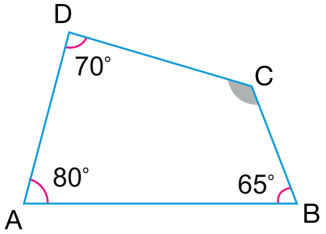
ÇÖZÜM

Bir ABCD dörtgeninin çevresi 24 cm olduğundan

$$|AB|+|BC|+|CD|+|DA| = 24 \text{ cm} \Rightarrow x+3+2x-1+4x-3+3x-5 = 24$$
$$\Rightarrow 10x-6 = 24$$
$$\Rightarrow 10x = 24+6$$
$$\Rightarrow 10x = 30$$
$$\Rightarrow x = 3 \text{ cm bulunur.}$$

ALIŞTIRMALAR

1.



Yukarıda verilen ABCD dörtgeninde

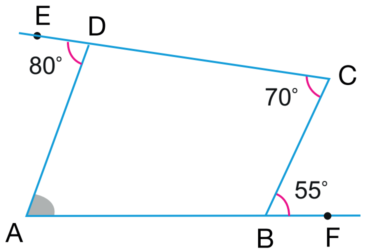
$m(\widehat{BAD}) = 80°$

$m(\widehat{ABC}) = 65°$

$m(\widehat{ADC}) = 70°$

olduğuna göre $m(\widehat{BCD})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

2.



Yukarıda verilen ABCD dörtgeninde A, B, F noktaları doğrusal ve C, D, E noktaları doğrusaldır.

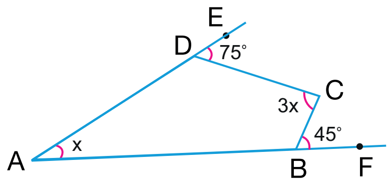
$m(\widehat{CBF}) = 55°$

$m(\widehat{ADE}) = 80°$

$m(\widehat{BCD}) = 70°$

olduğuna göre $m(\widehat{BAD})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

3.



Yukarıda verilen ABCD dörtgeninde A, D, E noktaları doğrusal ve A, B, F noktaları doğrusaldır.

$m(\widehat{EDC}) = 75°$

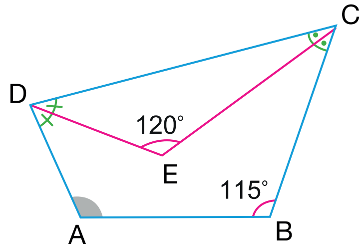
$m(\widehat{CBF}) = 45°$

$m(\widehat{BAD}) = x$

$m(\widehat{BCD}) = 3x$

olduğuna göre x değerini bulunuz.

4.

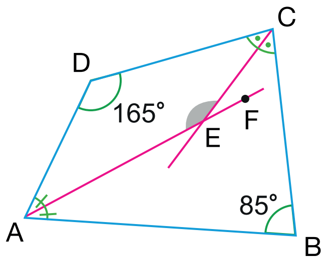


Yukarıda verilen ABCD dörtgeninde [DE], ADC açısının ve [CE], BCD açısının açıortayıdır.

$m(\widehat{ABC}) = 115°$ ve $m(\widehat{DEC}) = 120°$

olduğuna göre $m(\widehat{BAD})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

5.

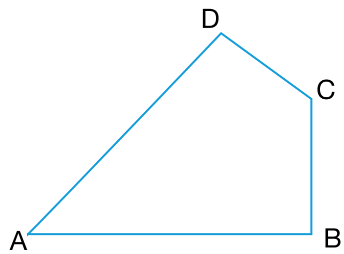


Yukarıda verilen ABCD dörtgeninde [AF], BAD açısının ve [CE], BCD açısının açıortayıdır.

$m(\widehat{ADC}) = 165°$ ve $m(\widehat{ABC}) = 85°$

olduğuna göre $m(\widehat{AEC})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

6.



Yukarıda çevresi 43 cm olan ABCD dörtgeni verilmiştir.

$|AB| = 4x - 3$ cm

$|BC| = 2x + 1$ cm

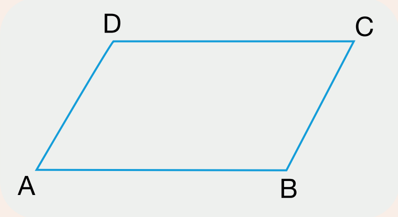
$|CD| = x - 1$ cm

$|AD| = 5x - 2$ cm

olduğuna göre $|AB|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

11.2.3. ÖZEL DÖRTGENLER
11.2.3.1. Paralelkenar

Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgene **paralelkenar** denir.



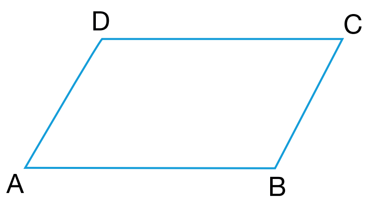
Yandaki ABCD paralelkenarında

$[AB] \parallel [CD]$ ve $[AD] \parallel [BC]$ olur.

Paralelkenarda karşılıklı kenarların uzunlukları birbirine eşittir.

$|AB| = |CD|$ ve $|AD| = |BC|$ olur.

ÖRNEK



Yandaki ABCD paralelkenarında

$|AB| = x + 3$ cm
$|BC| = 2y - 1$ cm
$|CD| = 4x - 3$ cm
$|AD| = 3y - 5$ cm

olduğuna göre $x + y$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

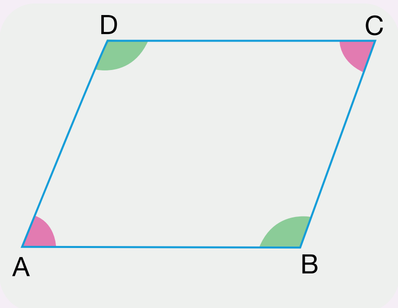
ABCD paralelkenarında $|AB| = |CD|$ ve $|AD| = |BC|$ olur.

$|AB| = |CD| \Rightarrow x + 3 = 4x - 3$
$\Rightarrow 4x - x = 3 + 3$
$\Rightarrow 3x = 6$
$\Rightarrow x = 2$ cm olur.

$|AD| = |BC| \Rightarrow 3y - 5 = 2y - 1$
$\Rightarrow 3y - 2y = -1 + 5$
$\Rightarrow y = 4$ cm olur.

Bu durumda $x + y = 2 + 4 = 6$ cm bulunur.

Özellik

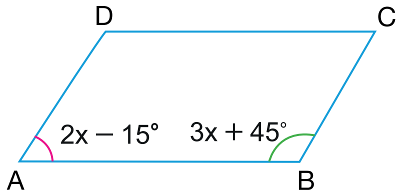


Paralelkenarın ardışık köşelerindeki iç açılar bütünler açılar olup toplamları 180° dir. Bir paralelkenarda karşılıklı köşelerdeki açıların ölçüleri ise birbirine eşittir.

ABCD paralelkenarında

$$\left.\begin{aligned} m(\widehat{A}) &= m(\widehat{C}) \\ m(\widehat{B}) &= m(\widehat{D}) \\ m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) &= 180^\circ \\ m(\widehat{A}) + m(\widehat{D}) &= 180^\circ \\ m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) &= 180^\circ \\ m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) &= 180^\circ \end{aligned}\right\} \text{olur.}$$

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD paralelkenarında

$m(\widehat{DAB}) = 2x - 15^\circ$
$m(\widehat{ABC}) = 3x + 45^\circ$

olduğuna göre $m(\widehat{ADC}) - m(\widehat{BCD})$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

ABCD paralelkenarında A ve B açıları ardışık iki açı olduğundan ölçüleri toplamı 180° olur.

Bu durumda

$$m(\widehat{DAB}) + m(\widehat{ABC}) = 180^\circ \Rightarrow 2x - 15^\circ + 3x + 45^\circ = 180^\circ$$
$$\Rightarrow 5x + 30^\circ = 180^\circ$$
$$\Rightarrow 5x = 180^\circ - 30^\circ$$
$$\Rightarrow 5x = 150^\circ$$
$$\Rightarrow x = 30^\circ \text{ olur.}$$

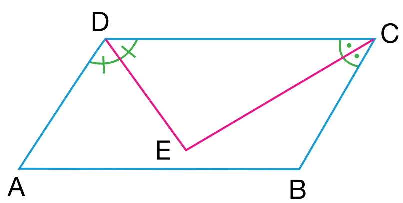
$$m(\widehat{DAB}) = 2x - 15^\circ \Rightarrow m(\widehat{DAB}) = 2 \cdot 30^\circ - 15^\circ$$
$$\Rightarrow m(\widehat{DAB}) = 60^\circ - 15^\circ$$
$$\Rightarrow m(\widehat{DAB}) = 45^\circ \text{ olur.}$$

$$m(\widehat{ABC}) = 3x + 45^\circ \Rightarrow m(\widehat{ABC}) = 3 \cdot 30^\circ + 45^\circ$$
$$\Rightarrow m(\widehat{ABC}) = 90^\circ + 45^\circ$$
$$\Rightarrow m(\widehat{ABC}) = 135^\circ \text{ olur.}$$

$m(\widehat{ADC}) = m(\widehat{ABC}) = 135^\circ$ ve $m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{DAB}) = 45^\circ$ olduğundan

$m(\widehat{ADC}) - m(\widehat{BCD}) = 135^\circ - 45^\circ = 90^\circ$ bulunur.

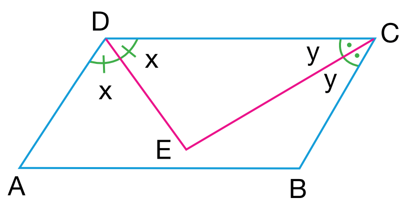
ÖRNEK



Yanda verilen ABCD paralelkenarında $[DE]$, ADC açısının ve $[CE]$, BCD açısının açıortayıdır.

Buna göre $m(\widehat{DEC})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ADC ve DCB açıları ABCD paralelkenarında ardışık iki açı olduğundan ölçülerinin toplamı 180° olur.

$m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{EDC}) = x$ ve $m(\widehat{DCE}) = m(\widehat{ECB}) = y$

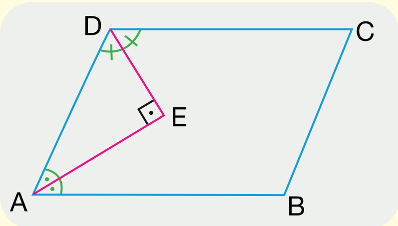
olsun. Bu durumda

$m(\widehat{ADC}) + m(\widehat{BCD}) = 180° \Rightarrow 2x + 2y = 180°$
$\Rightarrow 2(x + y) = 90°$
$\Rightarrow x + y = 90°$ olur.

DCE üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı $180°$ olduğundan

$m(\widehat{EDC}) + m(\widehat{DCE}) + m(\widehat{DEC}) = 180° \Rightarrow x + y + m(\widehat{DEC}) = 180°$
$\Rightarrow 90° + m(\widehat{DEC}) = 180°$
$\Rightarrow m(\widehat{DEC}) = 90°$ bulunur.

Sonuç



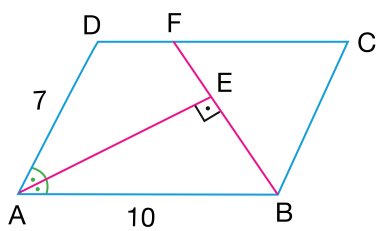
Bir paralelkenarın ardışık köşelerindeki açıların açıortayları dik kesişir.

ABCD paralelkenarında $[DE]$, ADC açısının ve $[AE]$, DAB açısının açıortayı ise

$[DE] \perp [AE]$

olur.

ÖRNEK

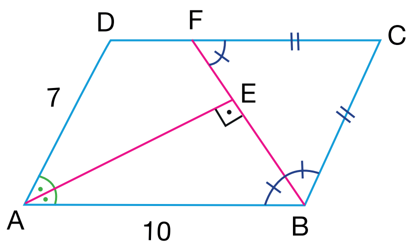


Yanda verilen ABCD paralelkenarında $[AE]$, DAB açısının açıortayıdır.

$[AE] \perp [BF]$
$|AB| = 10$ cm
$|AD| = 7$ cm

olduğuna göre $|DF|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



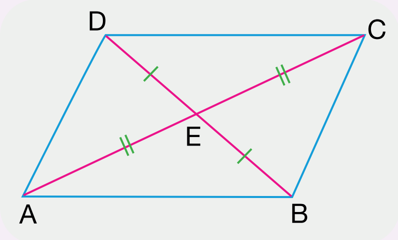
Bir paralelkenarın ardışık köşelerindeki açıların açıortayları dik kesişir.

ABCD paralelkenarında DAB açısının açıortayı olan $[AE]$ ile $[BF]$ dik kesiştiğinden $[BF]$ da ABC açısının açıortayıdır. Bu durumda

$m(\widehat{ABF}) = m(\widehat{CBF})$ olur.

Bir paralelkenarın karşılıklı kenarları paralel olduğundan BFC açısı ile FBA açısı iç ters açılar olup ölçüleri birbirine eşittir. $m(\widehat{BFC}) = m(\widehat{CBF})$ olduğundan BFC üçgeninin ikizkenar üçgen olur. Buradan $|CF| = |BC|$ olduğu görülür.
Bir paralelkenarın karşılıklı kenarlarının uzunlukları eşit olduğundan
$|BC| = |AD| = 7$ cm ve $|AB| = |CD| = 10$ cm olur.
Buna göre $|DF| = |CD| - |FC| = 10 - 7 = 3$ cm bulunur.

Özellik

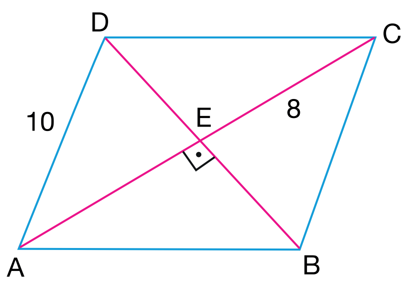


Bir paralelkenarda köşegenler birbirini ortalar.

Yandaki ABCD paralelkenarında

$|AE| = |EC|$
$|DE| = |EB|$
olur.

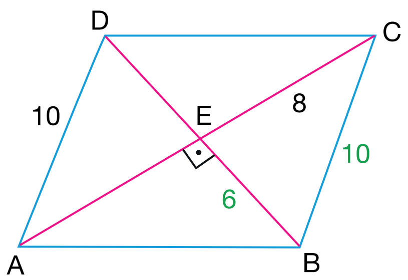
ÖRNEK



Yanda verilen ABCD paralelkenarında [AC] ve [BD] köşegendir.

$[AC] \perp [BD]$
$|EC| = 8$ cm
$|AD| = 10$ cm
olduğuna göre $|AC| + |BD|$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM



Paralelkenarda karşılıklı kenarların uzunlukları birbirine eşit olduğundan yandaki ABCD paralelkenarında

$|AD| = |BC| = 10$ cm olur.

BEC dik üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa

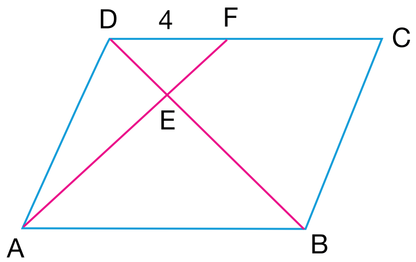
$$|BE|^2 + |EC|^2 = |BC|^2 \Rightarrow |BE|^2 + 8^2 = 10^2$$
$$\Rightarrow |BE|^2 + 64 = 100$$
$$\Rightarrow |BE|^2 = 36$$
$$\Rightarrow |BE| = 6 \text{ cm bulunur.}$$

Paralelkenarın köşegenleri birbirini ortaladığından ABCD paralelkenarında

$|AE| = |EC| = 8$ cm ve $|DE| = |EB| = 6$ cm olur. Bu durumda

$|AC| = |AE| + |EC| = 8 + 8 = 16$ cm
$|DB| = |DE| + |EB| = 6 + 6 = 12$ cm olur.
Buna göre $|AC| + |BD| = 16 + 12 = 28$ cm bulunur.

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD paralelkenarında

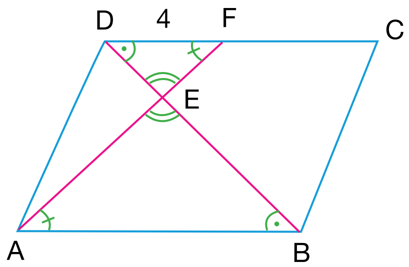
$[AF] \cap [BD] = \{E\}$

$5 \cdot |EF| = 2 \cdot |AE|$

$|DF| = 4$ cm

olduğuna göre $|AB|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



$5 \cdot |EF| = 2 \cdot |AE| \Rightarrow \dfrac{|EF|}{|AE|} = \dfrac{2}{5}$ olur.

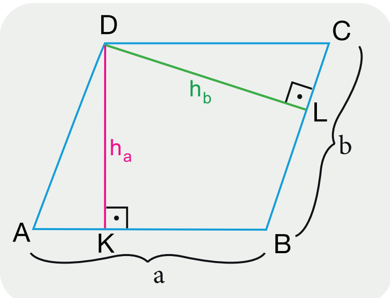
$|DC| \mathbin{/\!/} |AB|$ olduğundan ters açılar ve iç ters açılar şekilde gösterildiğinde $\widehat{DEF} \sim \widehat{BEA}$ olduğu görülür.

$$\widehat{DEF} \sim \widehat{BEA} \Rightarrow \frac{|DF|}{|AB|} = \frac{|EF|}{|EA|} \Rightarrow \frac{4}{|AB|} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot |AB| = 4 \cdot 5$$

$$\Rightarrow |AB| = 10 \text{ cm bulunur.}$$

Paralelkenarın Alanı

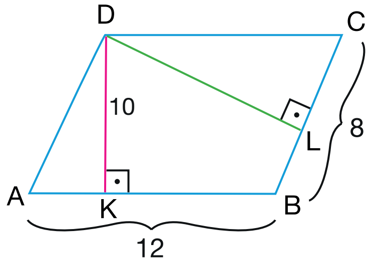


Bir ABCD paralelkenarının alanı, bir kenarı ile o kenara ait yüksekliğin çarpımına eşittir.

$$\mathbf{A(ABCD) = a \cdot h_a = b \cdot h_b}$$

olur.

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD paralelkenarında

$[DK] \perp [AB]$ ve $[DL] \perp [BC]$

$|AB| = 12$ cm

$|BC| = 8$ cm

$|DK| = 10$ cm

olduğuna göre $|DL|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$[AB]$ kenarına ait yükseklik $[DK]$ olduğundan ABCD paralelkenarının alanı

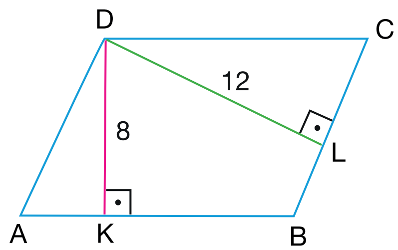
$A(ABCD) = |AB| \cdot |DK| = 12 \cdot 10 = 120 \text{ cm}^2$ olur.

$[BC]$ kenarına ait yükseklik $[DL]$ olduğundan ABCD paralelkenarının alanı

$A(ABCD) = |BC| \cdot |DL| = 8 \cdot |DL| \text{ cm}^2$ olur.

Buradan $8 \cdot |DL| = 120 \Rightarrow |DL| = 15$ cm bulunur.

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD paralelkenarında

$[DK] \perp [AB]$ ve $[DL] \perp [BC]$

$|DK| = 8$ cm

$|DL| = 12$ cm

$|AB| = (4a - 3)$ cm

$|BC| = (2a + 1)$ cm

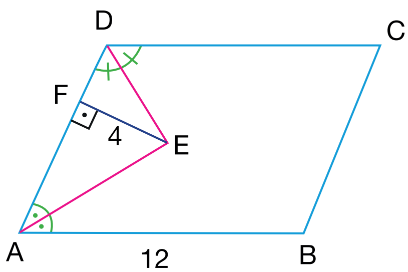
olduğuna göre a değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$[AB]$ kenarına ait yükseklik $[DK]$ ve $[BC]$ kenarına ait yükseklik $[DL]$ olduğundan

$$\begin{aligned} A(ABCD) = |AB| \cdot |DK| = |BC| \cdot |DL| &\Rightarrow (4a - 3) \cdot 8 = (2a + 1) \cdot 12 \\ &\Rightarrow 32a - 24 = 24a + 12 \\ &\Rightarrow 32a - 24a = 12 + 24 \\ &\Rightarrow 8a = 36 \\ &\Rightarrow a = \frac{9}{2} \text{ cm bulunur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK



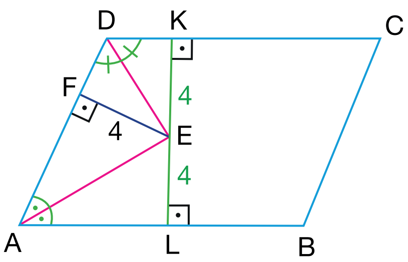
Yanda verilen ABCD paralelkenarında $[DE]$, ADC açısının ve $[AE]$, DAB açısının açıortayıdır.

$|AB| = 12$ cm

$|EF| = 4$ cm

olduğuna göre ABCD paralelkenarının alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



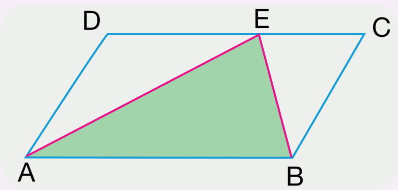
Açıortay üzerinden açının kollarına indirilen dikmelerin uzunlukları eşit olduğundan

$|EF| = |EK| = |EL| = 4$ cm olur.

Bu durumda K, E ve L noktaları doğrusal olup $|KL| = 8$ cm olur. $[AB]$ kenarına ait yükseklik $[KL]$ olduğundan

$$\begin{aligned} A(ABCD) &= |AB| \cdot |KL| \\ &= 12 \cdot 8 \\ &= 96 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Özellik

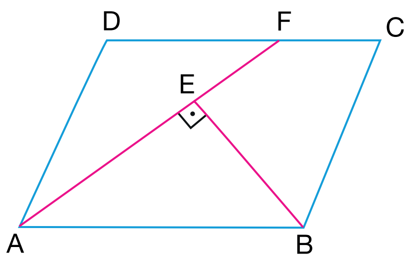


ABCD paralelkenarında $E \in [DC]$ ise ABE üçgeninin alanı paralelkenarın alanının yarısıdır.

$$\mathbf{A(\widehat{ADE}) + A(\widehat{BEC}) = A(\widehat{AEB}) = \frac{A(ABCD)}{2}}$$

olur.

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD paralelkenarında

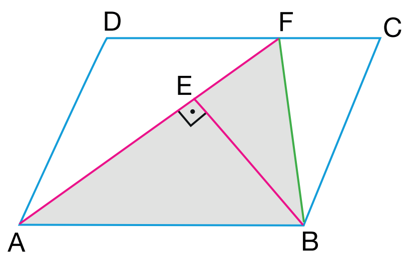
$[BE] \perp [AF]$

$|AF| = 15$ cm

$|BE| = 6$ cm

olduğuna göre ABCD paralelkenarının alanını bulunuz.

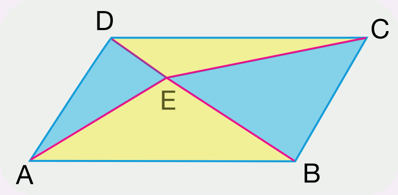
ÇÖZÜM



ABCD paralelkenarında F ile B noktası birleştirilirse oluşan AFB üçgeninin alanı ABCD paralelkenarının alanının yarısı olduğu görülür. Bu durumda

$$\begin{aligned} A(ABCD) = 2 \cdot A(\widehat{AFB}) &= \cancel{2} \cdot \frac{|AF| \cdot |BE|}{\cancel{2}} \\ &= 15 \cdot 6 \\ &= 90 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Özellik

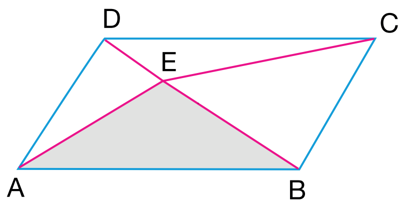


E noktası ABCD paralelkenarının iç bölgesinde bir nokta olmak üzere

$$\mathbf{A(\widehat{ADE}) + A(\widehat{BEC}) = A(\widehat{AEB}) + A(\widehat{DEC}) = \frac{A(ABCD)}{2}}$$

olur.

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD paralelkenarında

$A(\widehat{ADE}) = 12 \text{ cm}^2$

$A(\widehat{DEC}) = 10 \text{ cm}^2$

$A(\widehat{BEC}) = 14 \text{ cm}^2$

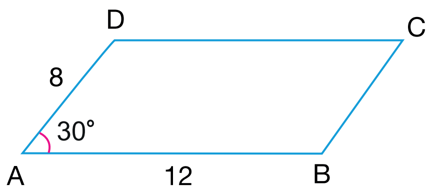
olduğuna göre ABE üçgeninin alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

E noktası ABCD paralelkenarının iç bölgesinde bir nokta olduğundan

$$\begin{aligned} A(\widehat{ADE}) + A(\widehat{BEC}) = A(\widehat{AEB}) + A(\widehat{DEC}) &\Rightarrow 12 + 14 = A(\widehat{AEB}) + 10 \\ &\Rightarrow 26 = A(\widehat{AEB}) + 10 \\ &\Rightarrow A(\widehat{AEB}) = 16 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD paralelkenarında

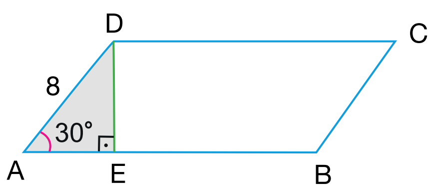
$|AB| = 12 \text{ cm}$

$|AD| = 8 \text{ cm}$

$m(\widehat{DAB}) = 30°$

olduğuna göre ABCD paralelkenarının alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD paralelkenarında D noktasından AB kenarına $[DE]$ yüksekliği çizilirse oluşan ADE üçgeni 30-60-90 üçgeni olur.

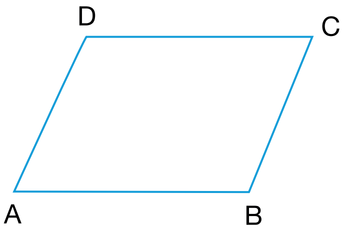
ADE üçgeninde hipotenüs 8 cm olduğundan 30 derecelik açının karşısındaki $[DE]$ kenarının uzunluğu hipotenüsün yarısı olacağından $|DE| = 4 \text{ cm}$ olur.

ABCD paralelkenarında $[AB]$ kenarına ait yükseklik $[DE]$ olduğundan ABCD paralelkenarının alanı

$$\begin{aligned} A(ABCD) &= |AB| \cdot |DE| \\ &= 12 \cdot 4 \\ &= 48 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ALIŞTIRMALAR

1.

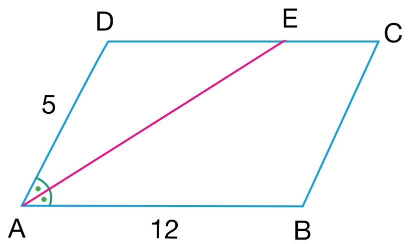


Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında

$|AB| = (3x - 2)$ cm
$|BC| = (2y - 1)$ cm
$|CD| = (x + 8)$ cm
$|AD| = (5y - 7)$ cm

olduğuna göre $x \cdot y$ değerini bulunuz.

2.

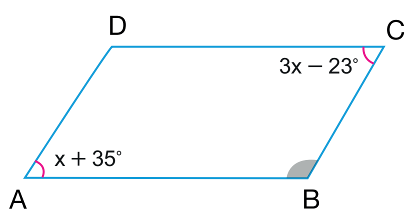


Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında
$[AE]$, DAB açısının açıortayıdır.

$|AD| = 5$ cm
$|AB| = 12$ cm

olduğuna göre $|EC|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

3.

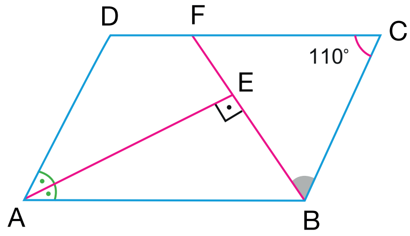


Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında

$m(\widehat{DAB}) = x + 35°$
$m(\widehat{BCD}) = 3x - 23°$

olduğuna göre $m(\widehat{ABC})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

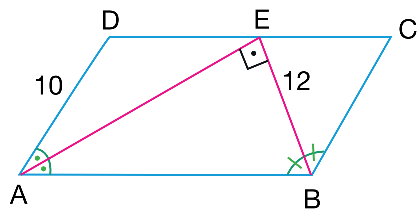
4.



Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında
$[AE]$, DAB açısının açıortayıdır.

$[AE] \perp [BF]$ ve $m(\widehat{BCD}) = 110°$
olduğuna göre $m(\widehat{CBF})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

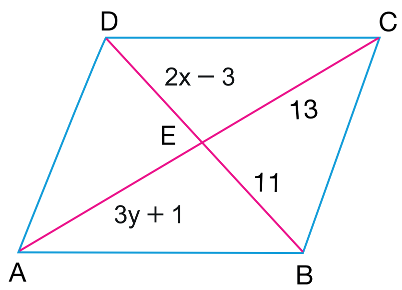
5.



Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında
$[AE]$, DAB açısının ve $[BE]$, ABC açısının açıortayıdır.

$E \in [DC]$, $[AE] \perp [BE]$, $|BE| = 12$ cm ve $|AD| = 10$ cm olduğuna göre $|AE|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

6.

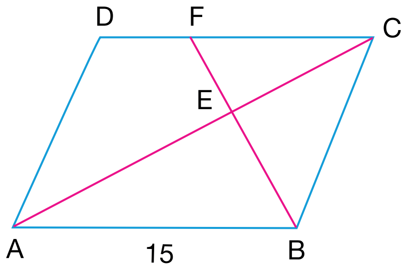


Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında
$[AC]$ ve $[BD]$ köşegendir.

$|DE| = (2x - 3)$ cm
$|AE| = (3y + 1)$ cm
$|EC| = 13$ cm
$|EB| = 11$ cm

olduğuna göre $x + y$ değerini bulunuz.

7.



Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında

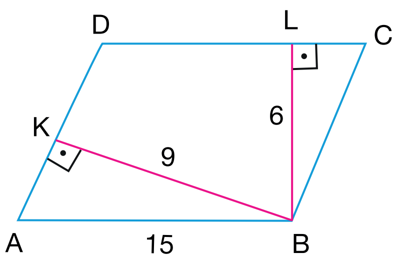
$[AC] \cap [BF] = \{E\}$

$3 \cdot |BE| = 5 \cdot |EF|$

$|AB| = 15$ cm

olduğuna göre $|DF|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

8.



Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında

$[BK] \perp [AD]$ ve $[BL] \perp [DC]$

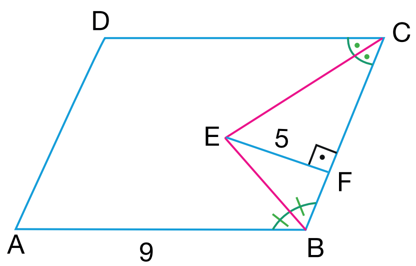
$|AB| = 15$ cm

$|BK| = 9$ cm

$|BL| = 6$ cm

olduğuna göre $|AD|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

9.



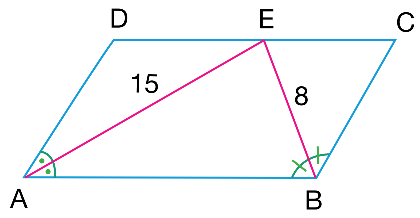
Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında $[BE]$, ABC açısının ve $[CE]$, DCB açısının açıortayıdır.

$|AB| = 9$ cm

$|EF| = 5$ cm

olduğuna göre ABCD paralelkenarının alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

10.



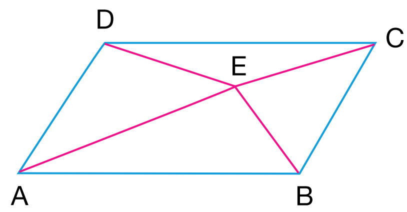
Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında $[AE]$, DAB açısının ve $[BE]$, ABC açısının açıortayıdır.

$|AE| = 15$ cm

$|BE| = 8$ cm

olduğuna göre ABCD paralelkenarının alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

11.



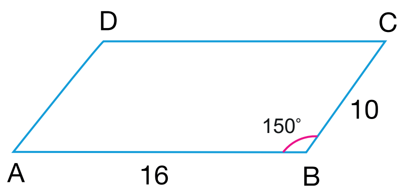
Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında

$A(\widehat{ADE}) = 27$ cm^2

$A(\widehat{BEC}) = 12$ cm^2

olduğuna göre ABCD paralelkenarının alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

12.



Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında

$|AB| = 16$ cm

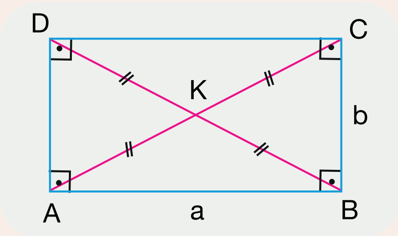
$|BC| = 10$ cm

$m(\widehat{ABC}) = 150°$

olduğuna göre ABCD paralelkenarının alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

11.2.3.2 Dikdörtgen

İç açıları $90°$ olan paralelkenara **dikdörtgen** denir. Dikdörtgenler paralelkenarın özel bir hâlidir ve bu nedenle paralelkenarın tüm özelliklerine sahiptir.



Yandaki ABCD dikdörtgeninde

$|AB| = |DC| = a \qquad Ç(ABCD) = 2 \cdot (a + b)$

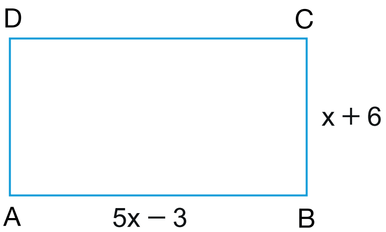
$|AD| = |BC| = b \qquad A(ABCD) = a \cdot b$

olur. Ayrıca dikdörtgende köşegen uzunlukları birbirine eşittir ve köşegenlerin kesim noktası köşegenlerin orta noktasıdır.

$|AC| = |BD|$

$|AK| = |KC| = |BK| = |KD|$

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD dikdörtgeninde

$|AB| = (5x - 3)$ cm

$|BC| = (x + 6)$ cm

$Ç(ABCD) = 42$ cm

olduğuna göre ABCD dikdörtgeninin alanını ve köşegen uzunluğunun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

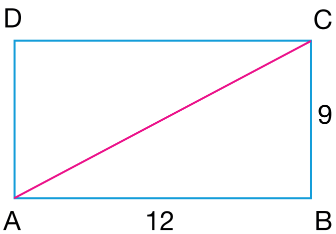
Verilen ABCD dikdörtgeninin çevresi 42 cm olduğundan

$$\begin{aligned} Ç(ABCD) = 2 \cdot (|AB| + |BC|) &\Rightarrow 42 = 2 \cdot (5x - 3 + x + 6) \\ &\Rightarrow 42 = 2 \cdot (6x + 3) \\ &\Rightarrow 42 = 12x + 6 \\ &\Rightarrow 12x = 36 \\ &\Rightarrow x = 3 \text{ cm olur.} \end{aligned}$$

$x = 3$ cm olduğundan $|AB| = 5x - 3 = 5 \cdot 3 - 3 = 12$ cm olur. $\qquad |BC| = x + 6 = 3 + 6 = 9$ cm olur.

Bu durumda $A(ABCD) = |AB| \cdot |BC| \Rightarrow A(ABCD) = 12 \cdot 9$

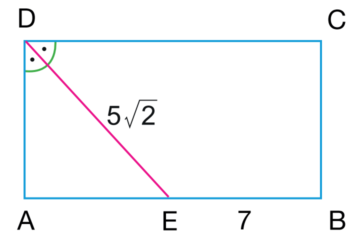
$\Rightarrow A(ABCD) = 108 \text{ cm}^2$ bulunur.



ABC üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa köşegen uzunluğu

$$\begin{aligned} |AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 &\Rightarrow |AC|^2 = 12^2 + 9^2 \\ &\Rightarrow |AC|^2 = 144 + 81 \\ &\Rightarrow |AC|^2 = 225 \\ &\Rightarrow |AC| = \sqrt{225} \\ &\Rightarrow |AC| = 15 \text{ cm bulunur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD dikdörtgeninde

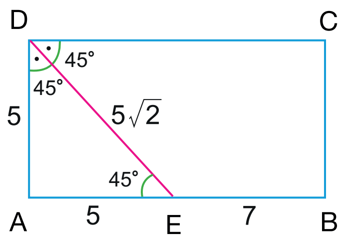
$m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{EDC})$

$|DE| = 5\sqrt{2}$ cm

$|EB| = 7$ cm

olduğuna göre ABCD dikdörtgeninin çevresini, alanını ve köşegen uzunluğunun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD dikdörtgeninde $[DE]$ açıortay olduğundan

$m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{EDC}) = 45°$ olur.

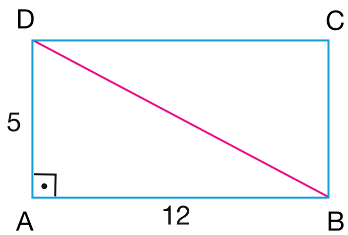
Bu durumda ADE ikizkenar dik üçgen olur ve ikizkenar dik üçgende hipotenüs uzunluğu dik kenarların uzunluğunun $\sqrt{2}$ katı olduğundan

$|AD| = |AE| = 5$ cm olur.

Buna göre $|AD| = 5$ cm ve $|AB| = 12$ cm olur. Bu durumda

ABCD dikdörtgeninin çevresi $2 \cdot (|AD| + |AB|) = 2 \cdot (5 + 12) = 34$ cm bulunur.

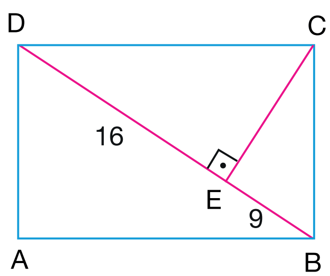
ABCD dikdörtgeninin alanı $|AD| \cdot |AB| = 5 \cdot 12 = 60$ cm^2 bulunur.



ABCD dikdörtgeninin köşegen uzunluğu DAB dik üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa

$$|AD|^2 + |AB|^2 = |DB|^2 \Rightarrow 5^2 + 12^2 = |DB|^2$$
$$\Rightarrow 25 + 144 = |DB|^2$$
$$\Rightarrow |DB|^2 = 169$$
$$\Rightarrow |DB| = 13 \text{ cm bulunur.}$$

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD dikdörtgeninde

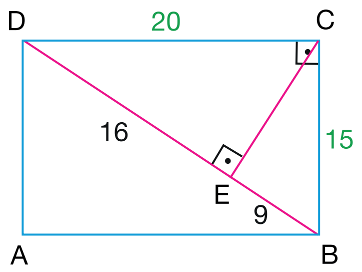
$[BD] \perp [CE]$

$|BE| = 9$ cm

$|DE| = 16$ cm

olduğuna göre ABCD dikdörtgeninin çevresinin kaç santimetre ve alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



DCB dik üçgeninde Öklid teoremi uygulanırsa

$|BC|^2 = |BE| \cdot (|BE| + |ED|) \Rightarrow |BC|^2 = 9 \cdot (9 + 16)$

$\Rightarrow |BC|^2 = 225$

$\Rightarrow |BC| = 15$ cm olur.

$|DC|^2 = |DE| \cdot (|DE| + |EB|) \Rightarrow |DC|^2 = 16 \cdot (16 + 9)$

$\Rightarrow |DC|^2 = 400$

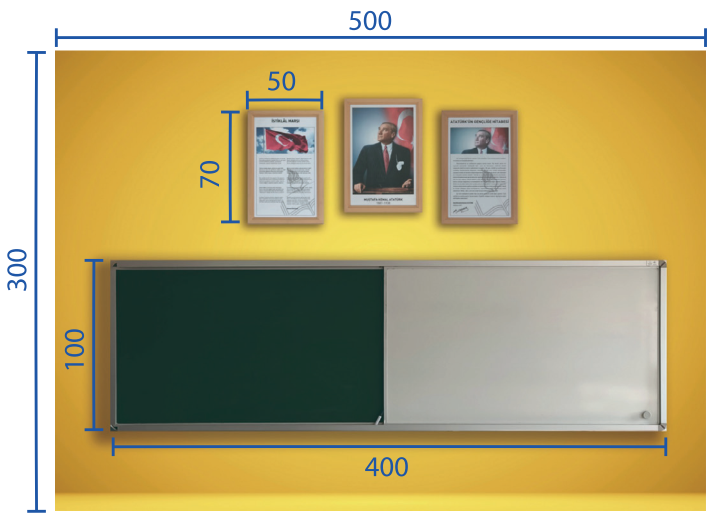
$\Rightarrow |DC| = 20$ cm olur.

$|DC| = 20$ cm ve $|BC| = 15$ cm olduğundan

ABCD dikdörtgeninin çevresi $2 \cdot (|DC| + |BC|) = 2 \cdot (20 + 15) = 70$ cm bulunur.

ABCD dikdörtgeninin alanı $|DC| \cdot |BC| = 20 \cdot 15 = 300$ cm^2 bulunur.

ÖRNEK



Görsel 2.3

Eni 500 santimetre ve yüksekliği 300 santimetre olan bir sınıf duvarında İstiklal Marşı, Atatürk posteri, Gençliğe Hitabe tabloları ve yazı tahtası asılıdır. Dikdörtgen biçimindeki tabloların her birinin eni 50 cm ve boyu 70 cm dir. Yazı tahtası ise eni 100 cm ve boyu 400 cm olan dikdörtgen biçimindedir.

Buna göre duvarda görünen sarı bölgenin alanının kaç metrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

Duvarda görünen sarı bölgenin alanını bulmak için duvar yüzeyinin alanından tabloların ve yazı tahtasının alanı çıkarılmalıdır.

Duvarın eni 500 cm $= 5$ m ve yüksekliği 300 cm $= 3$ m olduğundan alanı $5 \cdot 3 = 15$ m^2 olur.

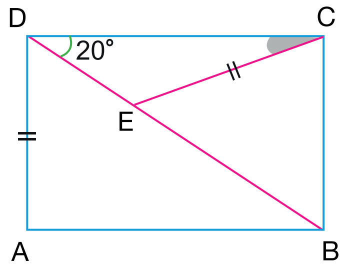
50 cm $= 0,5$ m ve 70 cm $= 0,7$ m olduğundan eni 0,5 m ve boyu 0,7 m olan bir tablonun alanı $0,5 \cdot 0,7 = 0,35$ m^2 olur. Bu durumda üç tablonun toplam alanı $3 \cdot 0,35 = 1,05$ m^2 bulunur.

100 cm $= 1$ m ve 400 cm $= 4$ m olduğundan eni 1 m ve boyu 4 m olan yazı tahtasının alanı $1 \cdot 4 = 4$ m^2 olur.

Buna göre duvarda asılı olan tabloların ve yazı tahtasının duvar yüzeyinde kapladığı toplam alan $1,05 + 4 = 5,05$ m^2 olur.

Buradan duvar yüzeyinde görülen sarı bölgenin alanı $15 - 5,05 = 9,95$ m^2 bulunur.

ÖRNEK

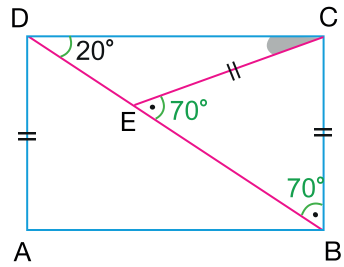


Yanda verilen ABCD dikdörtgeninde

$E \in [DB]$, $|AD| = |CE|$ ve $m(\widehat{CDB}) = 20°$

olduğuna göre $m(\widehat{DCE})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD dikdörtgeninde $|AD| = |BC|$ olduğundan $|BC| = |CE|$ olur.

Bu durumda CBE üçgeninin ikizkenar üçgen olduğu görülür.

DCB dik üçgeninde $m(\widehat{CDB}) = 20°$ olduğundan $m(\widehat{DBC}) = 70°$ olur.

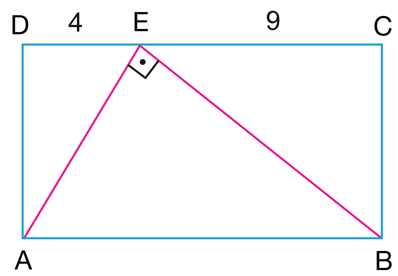
CBE ikizkenar üçgeninde $m(\widehat{BEC}) = m(\widehat{DBC}) = 70°$ olur.

CDE üçgeninde iki iç açının toplamı diğer iç açının dış açısına eşit olduğundan

$m(\widehat{DCE}) + m(\widehat{CDE}) = 70° \Rightarrow m(\widehat{DCE}) + 20° = 70°$

$\Rightarrow m(\widehat{DCE}) = 50°$ bulunur.

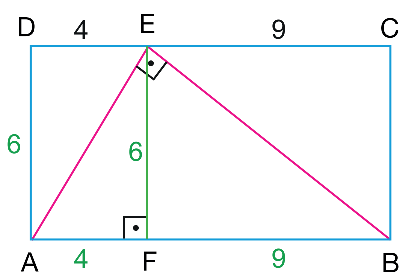
ÖRNEK



Yanda verilen ABCD dikdörtgeninde

$E \in [DC]$, $[AE] \perp [BE]$, $|DE| = 4$ cm ve $|EC| = 9$ cm olduğuna göre ABCD dikdörtgeninin çevresinin kaç santimetre ve alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD dikdörtgeninde $[AB] \perp [EF]$ olacak şekilde $[EF]$ çizilirse $|AF| = |DE| = 4$ cm ve $|BF| = |EC| = 9$ cm olur.

AEB üçgeninde Öklid teoremi uygulanırsa

$|EF|^2 = |AF| \cdot |FB| \Rightarrow |EF|^2 = 4 \cdot 9$

$\Rightarrow |EF|^2 = 36$

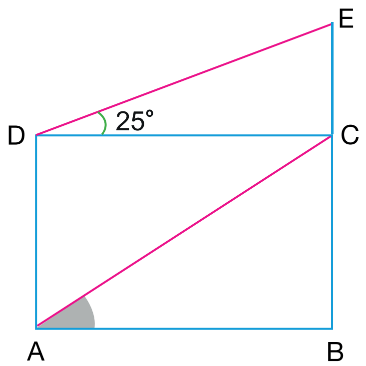
$\Rightarrow |EF| = 6$ cm olur.

AFED dikdörtgeninde $|AD| = |EF| = 6$ cm olur. Bu durumda

ABCD dikdörtgeninin çevresi $2 \cdot (|DC| + |AD|) = 2 \cdot (13 + 6) = 38$ cm bulunur.

ABCD dikdörtgeninin alanı $|DC| \cdot |AD| = 13 \cdot 6 = 78$ cm^2 bulunur.

ÖRNEK



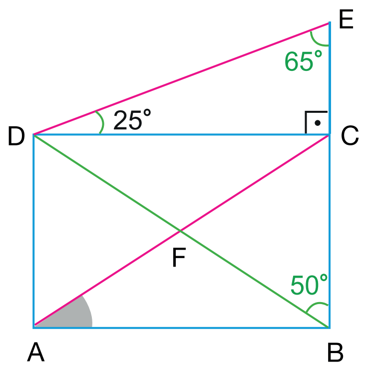
Yanda verilen ABCD dikdörtgeninde B, C ve E noktaları doğrusaldır.

$|AC| = |BE|$

$m(\widehat{EDC}) = 25°$

olduğuna göre $m(\widehat{CAB})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD dikdörtgeninde köşegen uzunlukları birbirine eşit olduğundan $|AC| = |BD| = |BE|$ olur. Bu durumda EDB ikizkenar üçgeni elde edilir.

EDC dik üçgeninde $m(\widehat{EDC}) = 25°$ olduğundan $m(\widehat{DEC}) = 65°$ olur.

EDB ikizkenar üçgeninde $m(\widehat{BDE}) = m(\widehat{BED}) = 65°$ olur.

EDB ikizkenar üçgeninde

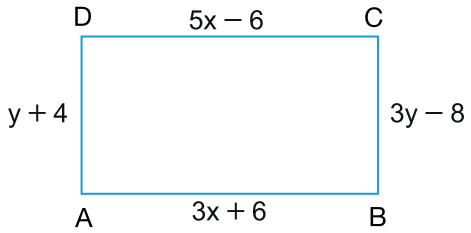
$$m(\widehat{DBE}) + m(\widehat{BDE}) + m(\widehat{BED}) = 180° \Rightarrow m(\widehat{DBE}) + 65° + 65° = 180°$$
$$\Rightarrow m(\widehat{DBE}) + 130° = 180°$$
$$\Rightarrow m(\widehat{DBE}) = 50° \text{ olur.}$$

$m(\widehat{DBC}) = 50°$ olduğundan $m(\widehat{DBA}) = 40°$ olur.

ABCD dikdörtgeninde $m(\widehat{CAB}) = m(\widehat{DBA}) = 40°$ bulunur.

ALIŞTIRMALAR

1.



Yukarıda verilen ABCD dikdörtgeninde

$|AB| = (3x + 6)$ cm

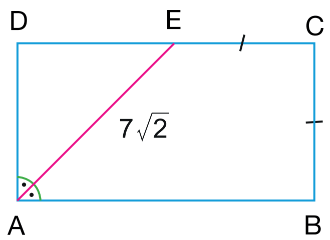
$|CD| = (5x - 6)$ cm

$|AD| = (y + 4)$ cm

$|BC| = (3y - 8)$ cm

olduğuna göre ABCD dikdörtgeninin çevresinin kaç santimetre, alanının kaç santimetrekare ve köşegen uzunluğunun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

2.

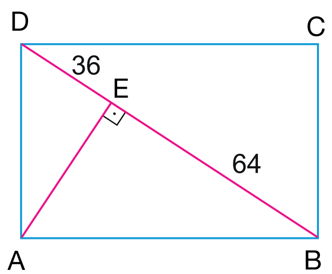


Yukarıda verilen ABCD dikdörtgeninde

$m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{EAB})$, $|BC| = |EC|$ ve

$|AE| = 7\sqrt{2}$ cm olduğuna göre ABCD dikdörtgeninin çevresinin kaç santimetre ve alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

3.



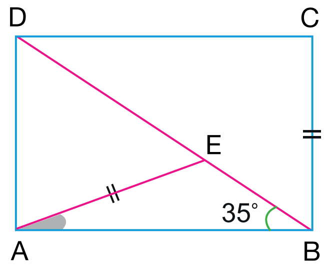
Yukarıda verilen ABCD dikdörtgeninde

$[BD] \perp [AE]$, $|BE| = 64$ cm ve

$|DE| = 36$ cm

olduğuna göre ABCD dikdörtgeninin çevresinin kaç santimetre ve alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

4.



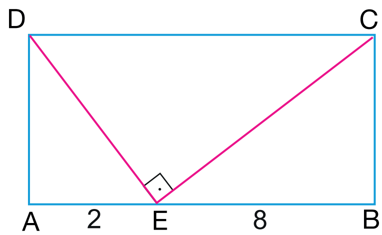
Yukarıda verilen ABCD dikdörtgeninde

$|AE| = |BC|$

$m(\widehat{ABD}) = 35°$

olduğuna göre $m(\widehat{BAE})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

5.



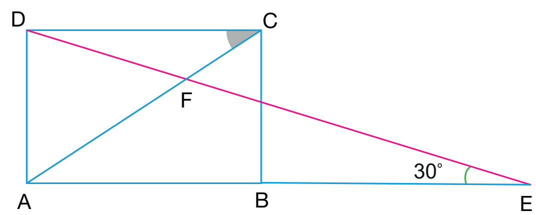
Yukarıda verilen ABCD dikdörtgeninde

$E \in [AB]$, $[DE] \perp [CE]$, $|AE| = 2$ cm ve

$|BE| = 8$ cm

olduğuna göre ABCD dikdörtgeninin çevresinin kaç santimetre ve alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

6.



Yukarıda verilen ABCD dikdörtgeninde E, F ve D noktaları doğrusaldır.

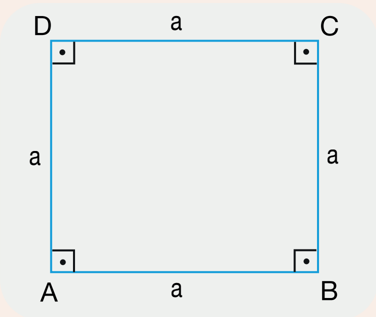
$|AC| = |BE|$

$m(\widehat{AED}) = 30°$

olduğuna göre $m(\widehat{ACD})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

11.2.3.3. Kare

Dört kenar uzunluğu eşit olan dikdörtgene **kare** denir. Kare, dikdörtgenin özel bir hâlidir ve bu nedenle dikdörtgenin tüm özelliklerine sahiptir.

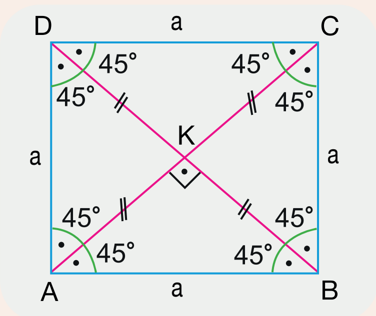


Yandaki ABCD karesinde

$|AB| = |DC| = |AD| = |BC| = a$

$Ç(ABCD) = 4 \cdot a$

$A(ABCD) = a \cdot a = a^2$ olur.



Karede köşegenler açıortay olup uzunlukları birbirine eşittir ve birbirini dik ortalar.

$[AC] \perp [BD]$

$|AC| = |BD|$

$|AK| = |KC| = |BK| = |KD|$ olur.

ABC üçgeninde Pisagor teoreminden

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

$|AC|^2 = a^2 + a^2$

$|AC|^2 = 2 \cdot a^2$

$|AC| = \sqrt{2 \cdot a^2}$

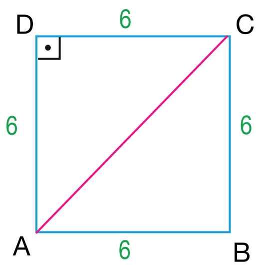
$|AC| = a \cdot \sqrt{2}$ olur.

Karenin köşegen uzunluğu bir kenar uzunluğunun $\sqrt{2}$ katıdır.

ÖRNEK

Alanı $36\ cm^2$ olan bir karenin çevresinin ve köşegen uzunluğunun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



Bir kenarının uzunluğu a cm olan ABCD karesinin alanı $36\ cm^2$ olsun.

Bir kenarı a cm olan ABCD karesinin alanı a^2 cm olduğundan

$a^2 = 36 \Rightarrow a = 6$ cm olur.

Bir kenarının uzunluğu a cm olan ABCD karesinin çevresi $4 \cdot a$ cm olduğundan ABCD karesinin çevresi $4 \cdot a = 4 \cdot 6 = 24$ cm bulunur.

ADC dik üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa $[AC]$ köşegen uzunluğu

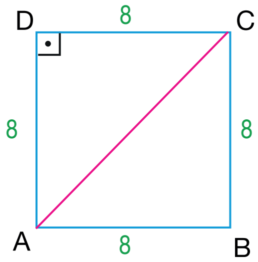
$$|AC|^2 = |AD|^2 + |DC|^2 \Rightarrow |AC|^2 = 6^2 + 6^2 \Rightarrow |AC|^2 = 72 \Rightarrow |AC| = \sqrt{72}$$

$$\Rightarrow |AC| = \sqrt{36 \cdot 2} \Rightarrow |AC| = 6\sqrt{2} \text{ cm bulunur.}$$

ÖRNEK

Çevresi 32 cm olan bir karenin alanının kaç santimetrekare ve köşegen uzunluğunun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



Bir kenarının uzunluğu a cm olan ABCD karesinin çevresi 32 cm olsun.

Bir kenarı a cm olan ABCD karesinin çevresi $4 \cdot a$ olduğundan

$4 \cdot a = 32 \Rightarrow a = 8$ cm olur.

Bir kenarının uzunluğu a cm olan ABCD karesinin alanı a^2 cm^2 olduğundan

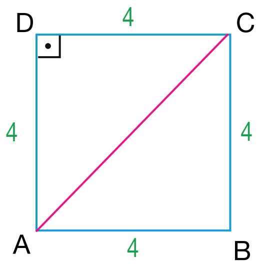
ABCD karesinin alanı $a^2 = 8^2 = 64$ cm^2 bulunur.

Bir kenarının uzunluğu a cm olan ABCD karesinin köşegen uzunluğu $a \cdot \sqrt{2}$ cm olduğundan ABCD karesinin köşegen uzunluğu $a \cdot \sqrt{2} = 8 \cdot \sqrt{2}$ cm bulunur.

ÖRNEK

Köşegen uzunluğu $4\sqrt{2}$ cm olan bir karenin çevresinin kaç santimetre ve alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



Bir kenarının uzunluğu a cm olan ABCD karesinin köşegen uzunluğu $4\sqrt{2}$ cm olsun.

Bir kenarı a cm olan ABCD karesinin köşegen uzunluğu $a \cdot \sqrt{2}$ cm olduğundan

$a \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2} \Rightarrow a = 4$ cm olur.

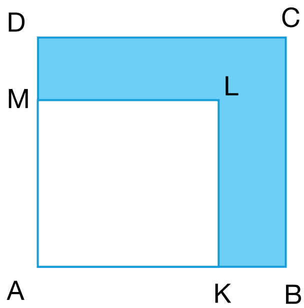
Bir kenarının uzunluğu a cm olan ABCD karesinin çevresi $4 \cdot a$ cm olduğundan

ABCD karesinin çevresi $4 \cdot a = 4 \cdot 4 = 16$ cm bulunur.

Bir kenarının uzunluğu a cm olan ABCD karesinin alanı a^2 cm olduğundan

ABCD karesinin alanı $a^2 = 4^2 = 16$ cm^2 bulunur.

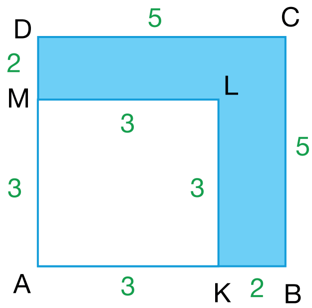
ÖRNEK



Yanda çevresi 20 cm olan ABCD karesi ile çevresi 12 cm olan AKLM karesi verilmiştir.

Buna göre boyalı bölgenin alanının kaç santimetrekare olacağını bulunuz.

ÇÖZÜM



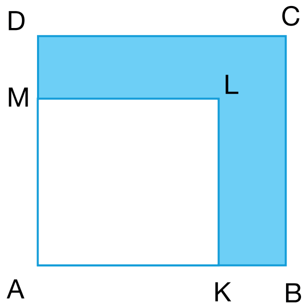
ABCD karesinin çevresi 20 cm olduğundan ABCD karesinin bir kenarı 5 cm, AKLM karesinin çevresi 12 cm olduğundan AKLM karesinin bir kenarı 3 cm olur. Buradan

$A(ABCD) = 5^2 = 25 \text{ cm}^2$ ve $A(AKLM) = 3^2 = 9 \text{ cm}^2$ olur.

Buna göre boyalı bölgenin alanı, ABCD karesinin alanından AKLM karesinin alanı çıkarılarak bulunur.

Bu durumda boyalı bölgenin alanı $25 - 9 = 16 \text{ cm}^2$ bulunur.

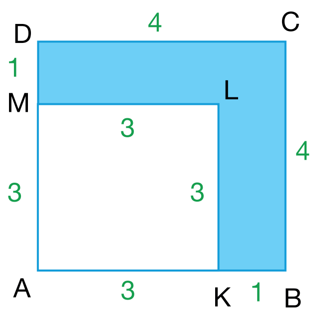
ÖRNEK



Yanda alanı 16 cm^2 olan ABCD karesi ile alanı 9 cm^2 olan AKLM karesi verilmiştir.

Buna göre boyalı bölgenin çevresinin kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD karesinin alanı 16 cm^2 olduğundan ABCD karesinin bir kenarı 4 cm, AKLM karesinin alanı 9 cm^2 olduğundan AKLM karesinin bir kenarı 3 cm olur. Buradan

$|KB| = |AB| - |AK| = 4 - 3 = 1 \text{ cm}$

$|DM| = |AD| - |MA| = 4 - 3 = 1 \text{ cm}$

$|ML| = |LK| = 3 \text{ cm}$

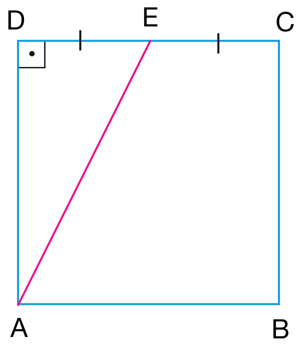
$|DC| = |BC| = 4 \text{ cm}$

olur.

Buna göre boyalı bölgenin çevresi

$$\begin{aligned} |DC| + |CB| + |BK| + |KL| + |LM| + |MD| &= 4 + 4 + 1 + 3 + 3 + 1 \\ &= 16 \text{ cm bulunur.} \end{aligned}$$

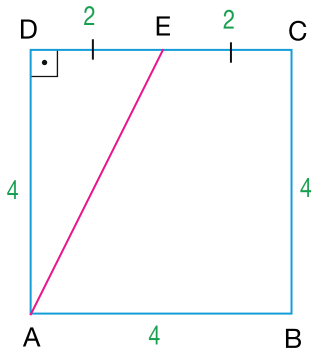
ÖRNEK



Yanda çevresi 16 cm olan ABCD karesi verilmiştir.

$E \in [DC]$ ve $|DE| = |EC|$ olduğuna göre $|AE|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

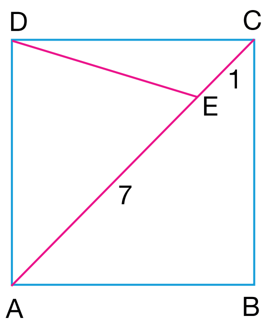


ABCD karesinin çevresi 16 cm olduğundan karenin bir kenarının uzunluğu 4 cm olur ve buradan $|DE| = |EC| = 2$ cm bulunur.

ADE dik üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa

$$
\begin{aligned}
|AE|^2 = |AD|^2 + |DE|^2 &\Rightarrow |AE|^2 = 4^2 + 2^2 \\
&\Rightarrow |AE|^2 = 16 + 4 \\
&\Rightarrow |AE|^2 = 20 \\
&\Rightarrow |AE| = \sqrt{20} \\
&\Rightarrow |AE| = \sqrt{4 \cdot 5} \\
&\Rightarrow |AE| = 2\sqrt{5} \text{ cm bulunur.}
\end{aligned}
$$

ÖRNEK



Yandaki ABCD karesinde $[AC]$ köşegen

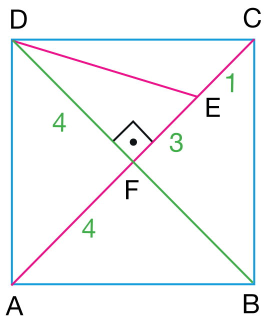
$E \in [AC]$

$|AE| = 7$ cm

$|EC| = 1$ cm

olduğuna göre $|DE|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



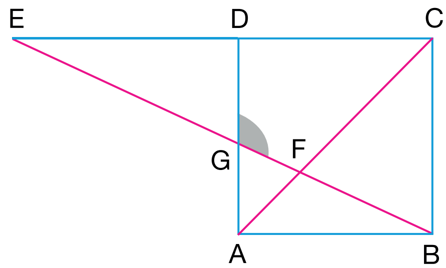
ABCD karesinde [DB] köşegeni çizilirse köşegenler birbirini dik ortalar. Bu durumda

$|AF| = |CF| = |DF| = 4$ cm ve $|FE| = 3$ cm olur.

DFE dik üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa

$$|DE|^2 = |DF|^2 + |FE|^2 \Rightarrow |DE|^2 = 4^2 + 3^2$$
$$\Rightarrow |DE|^2 = 16 + 9$$
$$\Rightarrow |DE|^2 = 25$$
$$\Rightarrow |DE| = 5 \text{ cm bulunur.}$$

ÖRNEK

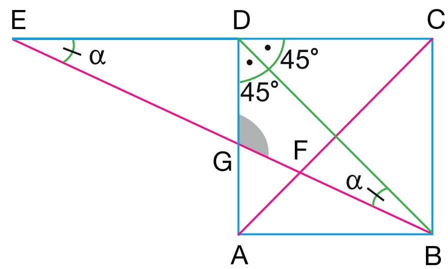


Yanda verilen ABCD karesinde [AC] köşegen;

B, F, G, E noktaları doğrusal ve C, D, E noktaları doğrusaldır.

$|AC| = |DE|$ olduğuna göre $m(\widehat{BGD})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD karesinde köşegen uzunlukları birbirine eşit olduğundan $|AC| = |BD| = |DE|$ olur. Bu durumda EDB ikizkenar üçgeni elde edilir. EDB ikizkenar üçgeninde $m(\widehat{DEB}) = (\widehat{DBE}) = \alpha$ olsun. [DB] köşegeni açıortay olduğundan $m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{BDC}) = 45°$ olur.

Bir üçgenin iki köşesindeki iç açısının ölçüleri toplamı diğer köşedeki dış açısının ölçüsüne eşit olduğundan EDB üçgeninde

$$m(\widehat{DBE}) + m(\widehat{DEB}) = m(\widehat{BDC}) \Rightarrow \alpha + \alpha = 45°$$
$$\Rightarrow 2\alpha = 45°$$
$$\Rightarrow \alpha = 22,5° \text{ olur.}$$

GBD üçgeninde iç açılar toplamı 180° olduğundan

$$m(\widehat{BDG}) + m(\widehat{DBG}) + m(\widehat{DGB}) = 180° \Rightarrow 45° + 22,5° + m(\widehat{DGB}) = 180°$$
$$\Rightarrow 67,5° + m(\widehat{DGB}) = 180°$$
$$\Rightarrow m(\widehat{DGB}) = 112,5° \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

Görsel 2.4

Deniz, Cumhuriyetimizin 100. yılında Türk bayrağı, Atatürk portreleri ve beyaz kartonlara yazdığı ‘1923-2023’ ile ‘TÜRKİYE CUMHURİYETİ 100 YAŞINDA’ yazılarını kare şeklindeki mavi bir brandaya şekildeki gibi yerleştirerek balkonuna asmıştır.

Deniz’in astığı bayrağın eni 1 ve boyu 1,5 metre iken Atatürk portrelerinin her birinin eni 50 ve boyu 100 santimetredir. Beyaz afişlerin toplam alanı $1\ m^2$ dir.

Deniz; afişleri, Atatürk portrelerini ve Türk bayrağını yerleştirdikten sonra brandada mavi görünen bölgenin alanını $4,5\ m^2$ olarak hesaplıyor. Buna göre kare şeklindeki brandanın çevresinin uzunluğunun kaç metre olduğunu bulunuz.

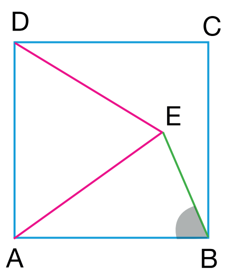
ÇÖZÜM

Türk bayrağının alanı $1 \cdot 1,5 = 1,5\ m^2$ olur.

Bir Atatürk portresinin eni $50\ cm = 0,5\ m$ ve boyu $100\ cm = 1\ m$ olduğundan alanı $0,5 \cdot 1 = 0,5\ m^2$ olup 4 tane Atatürk portresinin toplam alanı $4 \cdot 0,5 = 2\ m^2$ olur.

Bu durumda kare biçimindeki mavi brandanın alanı; Türk bayrağının alanı, Atatürk portrelerinin alanları, afişlerin alanları ve mavi boyalı görünen kısmın alanları toplamına eşit olacağından kare biçimindeki brandanın alanı $1,5 + 2 + 1 + 4,5 = 9\ m^2$ olur. Kare biçimindeki brandanın alanı $9\ m^2$ olduğundan bir kenarının uzunluğu 3 m olur. Buna göre brandanın çevresinin uzunluğu $4 \cdot 3 = 12\ m$ bulunur.

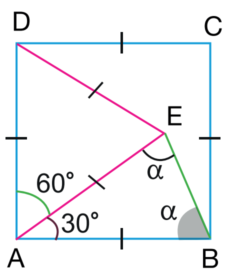
ÖRNEK



Yanda ABCD karesi ile ADE eşkenar üçgeni verilmiştir.

Buna göre $m(\widehat{ABE})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD kare ve ADE eşkenar üçgen olduğundan $|AE| = |AB|$ olup AEB ikizkenar üçgeni elde edilir.

ADE eşkenar üçgen olduğundan $m(\widehat{DAE}) = 60°$ olur.

$m(\widehat{DAE}) = 60°$ olduğundan $m(\widehat{EAB}) = 30°$ olur.

AEB ikizkenar üçgeninde $m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{AEB}) = \alpha$ olsun. Bu durumda

$$m(\widehat{EAB}) + m(\widehat{AEB}) + m(\widehat{ABE}) = 180° \Rightarrow 30° + \alpha + \alpha = 180°$$
$$\Rightarrow 2\alpha = 150°$$
$$\Rightarrow \alpha = 75° \text{ bulunur.}$$

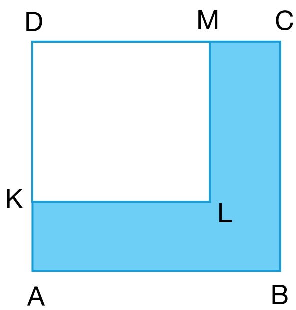
ALIŞTIRMALAR

1. Alanı $81\ cm^2$ olan bir karenin çevresini ve köşegen uzunluğunun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

2. Çevresi 28 cm olan bir karenin alanını ve köşegen uzunluğunun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

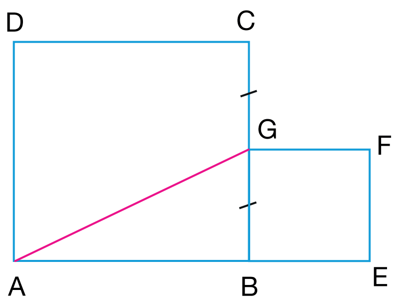
3. Köşegen uzunluğu $10\sqrt{2}$ cm olan bir karenin çevresinin kaç santimetre ve alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

4.



Yukarıda çevresi 44 cm olan ABCD karesi ile DKLM karesi verilmiştir. $|MC| = 3$ cm olduğuna göre boyalı bölgenin alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

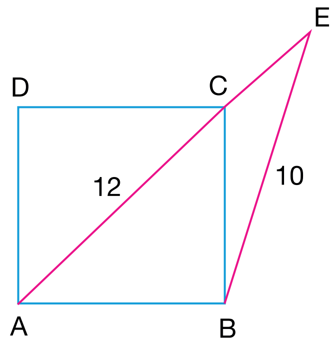
5.



Yukarıda ABCD karesi ile alanı $25\ cm^2$ olan BEFG karesi verilmiştir.

$|BG| = |GC|$ olduğuna göre $|AG|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

6.



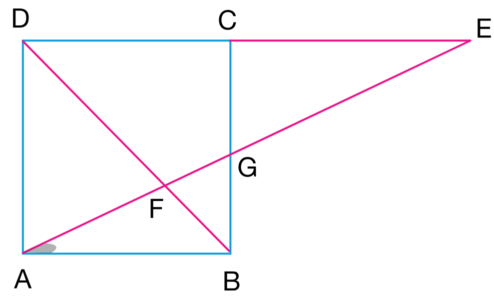
Yukarıdaki ABCD karesinde $[AC]$ köşegen; A, C, E noktaları doğrusaldır.

$|AC| = 12$ cm

$|BE| = 10$ cm

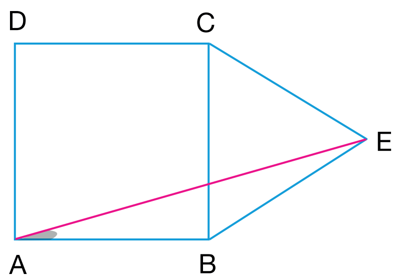
olduğuna göre $|CE|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

7.



Yukarıda verilen ABCD karesinde
$[AE] \cap [DB] = \{F\}$ ve $[DB]$ köşegendir.
D, C, E noktaları doğrusaldır.
$|BD| = |CE|$ olduğuna göre $m(\widehat{BAE})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

8.

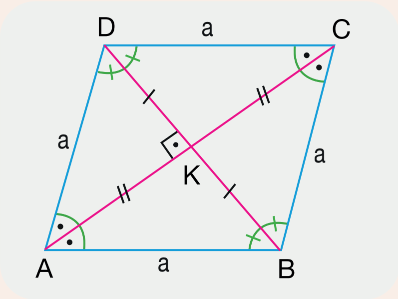


Yukarıda ABCD karesi ile BEC eşkenar üçgeni verilmiştir.

Buna göre $m(\widehat{BAE})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

11.2.3.4. Eşkenar Dörtgen

Dört kenar uzunluğu eşit olan paralelkenara **eşkenar dörtgen** denir. Eşkenar dörtgen, paralelkenarın özel bir hâlidir ve bu nedenle paralelkenarın tüm özelliklerine sahiptir.



Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde

$$|AB| = |DC| = |AD| = |BC| = a$$

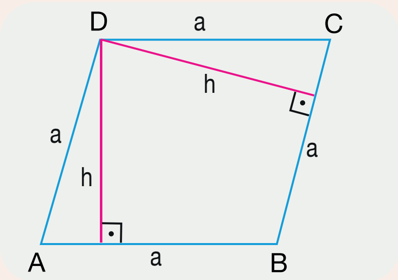
olur.

Eşkenar dörtgende köşegenler açıortay olup birbirini dik ortalar.

$$|AC| \perp |BD|$$

$$|AK| = |KC| \text{ ve } |DK| = |KB|$$

olur.



Eşkenar dörtgende her bir kenara ait yükseklik birbirine eşittir.

$$Ç(ABCD) = 4 \cdot a$$

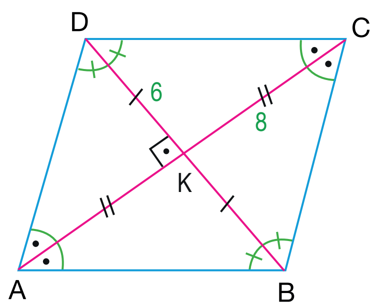
$$A(ABCD) = \frac{|AC| \cdot |BD|}{2} = a \cdot h$$

olur.

ÖRNEK

Köşegen uzunlukları 12 cm ve 16 cm olan bir eşkenar dörtgenin çevresinin kaç santimetre ve alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD eşkenar dörtgeninde $|DB| = 12$ cm ve $|AC| = 16$ cm olsun.

$$A(ABCD) = \frac{|AC| \cdot |BD|}{2}$$

$$= \frac{16 \cdot 12}{2} = \frac{192}{2} = 96 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

ABCD eşkenar dörtgeninde

$|DB| = 12 \text{ cm} \Rightarrow |DK| = |KB| = 6$ cm olur.

$|AC| = 16 \text{ cm} \Rightarrow |AK| = |KC| = 8$ cm olur.

DKC dik üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa

$$|DC|^2 = |KD|^2 + |KC|^2 \Rightarrow |DC|^2 = 6^2 + 8^2$$

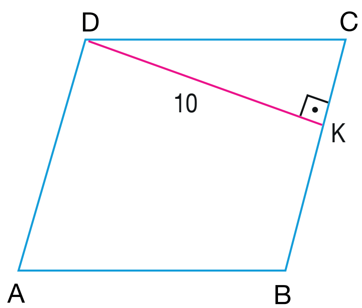
$$\Rightarrow |DC|^2 = 36 + 64$$

$$\Rightarrow |DC|^2 = 100$$

$$\Rightarrow |DC| = 10 \text{ cm bulunur.}$$

ABCD eşkenar dörtgeninin bir kenarının uzunluğu 10 cm olduğundan çevresi $4 \cdot 10 = 40$ cm bulunur.

ÖRNEK



ABCD eşkenar dörtgeninde

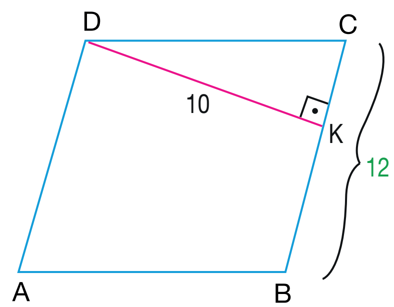
$[BC] \perp [DK]$

$|DK| = 10$ cm

$Ç(ABCD) = 48$ cm

olduğuna göre $A(ABCD)$ nın kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

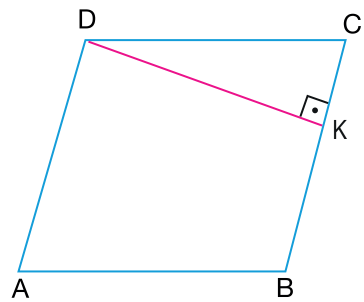
ÇÖZÜM



ABCD eşkenar dörtgeninin çevresi 48 cm olduğundan eşkenar dörtgenin bir kenarı $48 : 4 = 12$ cm olur.

$$A(ABCD) = |DK| \cdot |BC|$$
$$= 10 \cdot 12$$
$$= 120 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK



ABCD eşkenar dörtgeninde

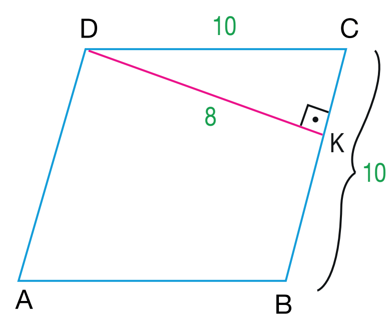
$[BC] \perp [DK]$

$Ç(ABCD) = 40$ cm

$A(ABCD) = 80 \text{ cm}^2$

olduğuna göre $|CK|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD eşkenar dörtgeninin çevresi 40 cm olduğundan eşkenar dörtgenin bir kenarı $40 : 4 = 10$ cm olur.

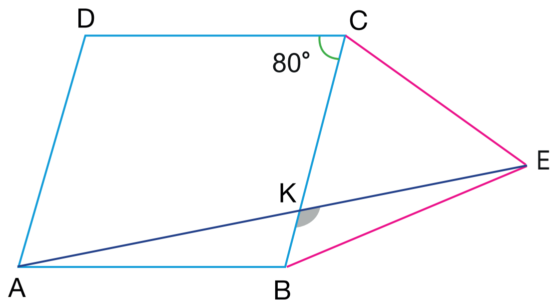
Eşkenar dörtgenin alanı 80 cm^2 olduğundan

$$A(ABCD) = |DK| \cdot |BC| \Rightarrow 80 = |DK| \cdot 10$$
$$\Rightarrow |DK| = 8 \text{ cm olur.}$$

DKC dik üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa

$$|DC|^2 = |DK|^2 + |CK|^2 \Rightarrow 10^2 = 8^2 + |CK|^2$$
$$\Rightarrow 100 = 64 + |CK|^2$$
$$\Rightarrow |CK|^2 = 36$$
$$\Rightarrow |CK| = 6 \text{ cm bulunur.}$$

ÖRNEK

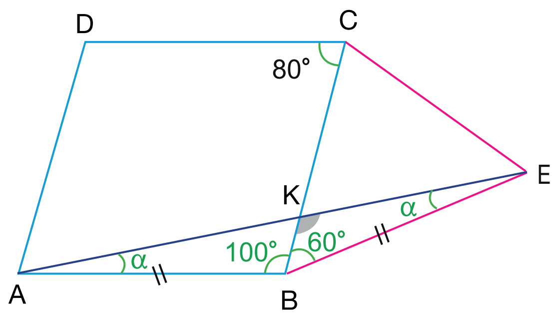


ABCD eşkenar dörtgen ve CBE eşkenar üçgendir.

A, K, E noktaları doğrusaldır.

$m(\widehat{DCB}) = 80°$ olduğuna göre $m(\widehat{BKE})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD eşkenar dörtgeninde komşu açılar bütünler olduğundan
$m(\widehat{DCB}) = 80° \Rightarrow m(\widehat{CBA}) = 100°$ olur.

BCE eşkenar üçgeninde $m(\widehat{CBE}) = 60°$ olduğundan $m(\widehat{ABE}) = 160°$ bulunur.

ABCD eşkenar dörtgeninde $|AB| = |BC|$

CBE eşkenar üçgeninde $|BC| = |BE|$

olduğundan $|AB| = |BE|$ olup ABE ikizkenar üçgeni elde edilir.

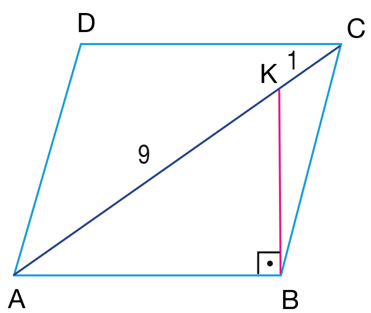
ABE ikizkenar üçgeninden

$$m(\widehat{BAE}) + m(\widehat{BEA}) + m(\widehat{ABE}) = 180° \Rightarrow \alpha + \alpha + 160° = 180°$$
$$\Rightarrow 2\alpha = 20°$$
$$\Rightarrow \alpha = 10° \text{ olur.}$$

BKE üçgeninden

$$m(\widehat{BKE}) + m(\widehat{KBE}) + m(\widehat{BEK}) = 180° \Rightarrow m(\widehat{BKE}) + 60° + \alpha = 180°$$
$$\Rightarrow m(\widehat{BKE}) + 60° + 10° = 180°$$
$$\Rightarrow m(\widehat{BKE}) = 110° \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK



ABCD eşkenar dörtgeninde $[AC]$ köşegendir.

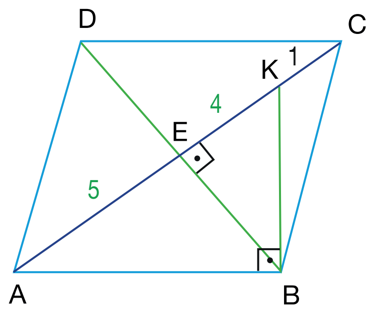
$[AB] \perp [BK]$

$|KC| = 1$ cm

$|AK| = 9$ cm

olduğuna göre $|BK|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD eşkenar dörtgeninde köşegenler E noktasında kesişsin.

Köşegenler birbirini dik ortaladığından $|AE| = |EC|$ olur. Buradan $|AE| = 5$ cm ve $|EK| = 4$ cm olur.

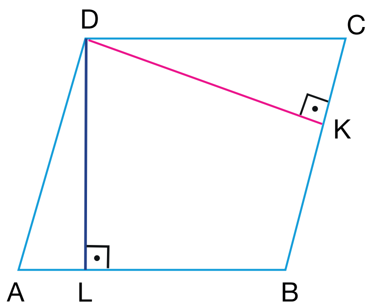
ABK dik üçgeninde Öklid teoreminden

$|BK|^2 = |KE| \cdot |KA| \Rightarrow |BK|^2 = 4 \cdot 9$

$\Rightarrow |BK|^2 = 36$

$\Rightarrow |BK| = 6$ cm bulunur.

ÖRNEK



ABCD eşkenar dörtgeninde

$[AB] \perp [DL]$

$[BC] \perp [DK]$

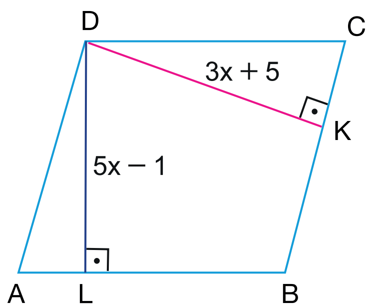
$|DL| = 5x - 1$ cm

$|DK| = 3x + 5$ cm

$Ç(ABCD) = 60$ cm

olduğuna göre $A(ABCD)$ nın kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD eşkenar dörtgeninin çevresi 60 cm olduğundan eşkenar dörtgenin bir kenarı $60 : 4 = 15$ cm olur.

Eşkenar dörtgende her bir kenara ait yükseklik eşit olduğundan

$|DL| = |DK| \Rightarrow 5x - 1 = 3x + 5$

$\Rightarrow 5x - 3x = 5 + 1$

$\Rightarrow 2x = 6$

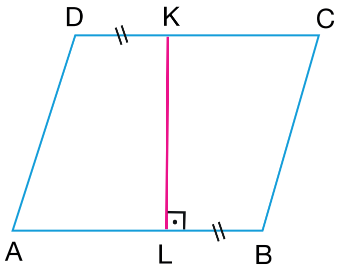
$\Rightarrow x = 3$ cm

$x = 3 \Rightarrow |DL| = 5 \cdot 3 - 1 = 14$ cm olur.

Bu durumda bir kenarı 15 cm ve yüksekliği 14 cm olan ABCD eşkenar dörtgeninin alanı

$A(ABCD) = a \cdot h = 15 \cdot 14 = 210$ cm^2 bulunur.

ÖRNEK



ABCD eşkenar dörtgeninde

$[KL] \perp [AB]$

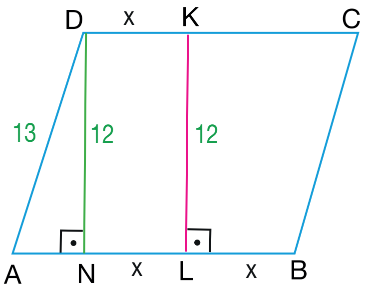
$|DK| = |LB|$

$Ç(ABCD) = 52$ cm

$A(ABCD) = 156$ cm^2

olduğuna göre $|AL|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD eşkenar dörtgeninin çevresi 52 cm olduğundan eşkenar dörtgenin bir kenarı $52 : 4 = 13$ cm olur.

Eşkenar dörtgenin alanı 156 cm^2 olduğundan

$A(ABCD) = |KL| \cdot |AB| \Rightarrow 156 = |KL| \cdot 13$

$\Rightarrow |KL| = 12$ cm olur.

$|DK| = |LB| = x$ cm olsun. D noktasından $[AB]$ na indirilen yükseklik $[DN]$ olur. Bu durumda $|DN| = |KL| = 12$ cm ve $|DK| = |NL| = x$ cm olur.

AND dik üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa

$$|AD|^2 = |DN|^2 + |AN|^2 \Rightarrow 13^2 = 12^2 + |AN|^2$$
$$\Rightarrow 169 = 144 + |AN|^2$$
$$\Rightarrow |AN|^2 = 25$$
$$\Rightarrow |AN| = 5 \text{ cm olur.}$$

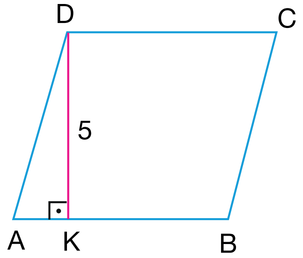
$$|AB| = |AN| + |NB| \Rightarrow 13 = 5 + 2x$$
$$\Rightarrow 2x = 8$$
$$\Rightarrow x = 4 \text{ cm olur.}$$

$$|AL| = |AN| + |NL| \Rightarrow |AL| = 5 + x$$
$$\Rightarrow |AL| = 5 + 4$$
$$\Rightarrow |AL| = 9 \text{ cm bulunur.}$$

ALIŞTIRMALAR

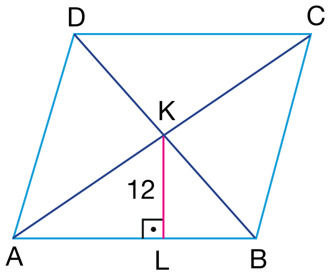
1. Köşegen uzunlukları 10 cm ve 24 cm olan bir eşkenar dörtgenin çevresinin kaç santimetre ve alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

2.



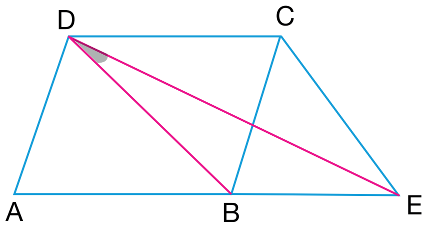
ABCD eşkenar dörtgeninde $[AB] \perp [DK]$,
$|DK| = 5$ cm ve $A(ABCD) = 80$ cm^2
olduğuna göre $Ç(ABCD)$ nin kaç santimetre olduğunu bulunuz.

3.



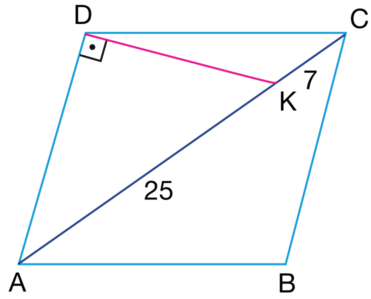
ABCD eşkenar dörtgeninde $[AC]$ ile $[BD]$ köşegendir. $[AB] \perp [KL]$,
$|AC| = 40$ cm, $|KL| = 12$ cm
olduğuna göre $A(ABCD)$ nın kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

4.



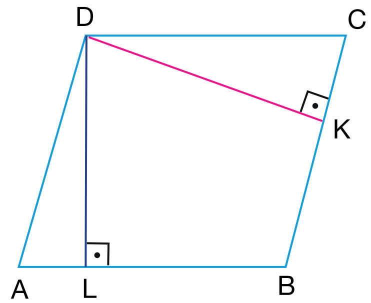
ABCD eşkenar dörtgen ve BEC eşkenar üçgendir. A, B, E noktaları doğrusaldır.
Buna göre $m(\widehat{BDE})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

5.



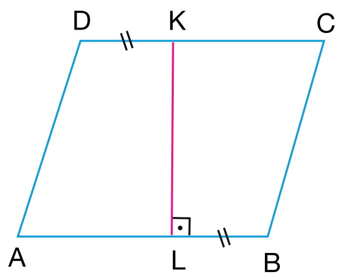
ABCD eşkenar dörtgeninde $[AC]$ köşegendir. $[AD] \perp [DK]$, $|KC| = 7$ cm ve $|AK| = 25$ cm olduğuna göre $Ç(ABCD)$ nin kaç santimetre olduğunu bulunuz.

6.



ABCD eşkenar dörtgeninde
$[AB] \perp [DL]$, $[BC] \perp [DK]$,
$|DL| = 7x - 9$ cm, $|DK| = 5x - 3$ cm ve
$Ç(ABCD) = 72$ cm
olduğuna göre $A(ABCD)$ nın kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

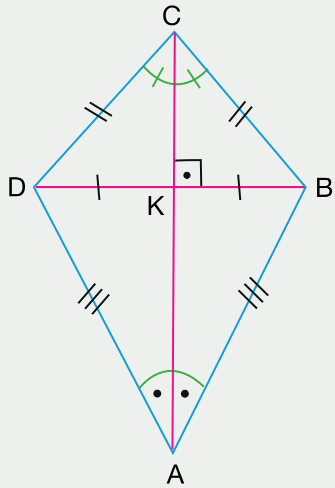
7.



ABCD eşkenar dörtgeninde
$[KL] \perp [AB]$, $|DK| = |LB|$
$Ç(ABCD) = 40$ cm
$A(ABCD) = 80$ cm^2
olduğuna göre $|KC|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

11.2.3.5. Deltoid

Bir ABCD dörtgeninde $|DC| = |CB|$ ve $|DA| = |BA|$ ise bu dörtgene **deltoid** denir.



Yandaki ABCD deltoidinde

DCB ve ADB ikizkenar üçgenlerdir.

$[AC] \perp [DB]$

$|DK| = |KB|$

$[AC]$ köşegeni aynı zamanda açıortaydır.

$m(\widehat{CDA}) = m(\widehat{CBA})$

$Ç(ABCD) = 2 \cdot (|AB| + |BC|)$

$A(ABCD) = \dfrac{|AC| \cdot |BD|}{2}$

olur.

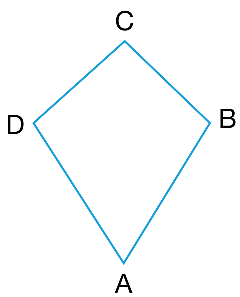
ÖRNEK

Köşegen uzunlukları 12 cm ve 20 cm olan bir deltoidin alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

Bir deltoidin alanı köşegen uzunluklarının çarpımının yarısına eşit olduğundan köşegen uzunlukları 12 cm ve 20 cm olan bir deltoidin alanı $\dfrac{12 \cdot 20}{2} = 120 \text{ cm}^2$ bulunur.

ÖRNEK



ABCD deltoidinde

$|DC| = |CB|$

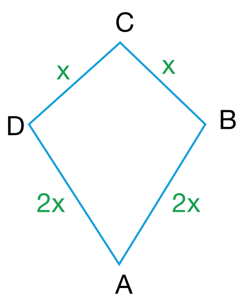
$|AD| = |AB|$

$|AB| = 2 \cdot |CD|$

$Ç(ABCD) = 72$ cm

olduğuna göre $|BC|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD deltoidinde $|AB| = 2 \cdot |CD|$ olduğundan

$|DC| = |CB| = x$ cm ve $|AD| = |AB| = 2x$ cm olsun.

$Ç(ABCD) = 72 \text{ cm} \Rightarrow 2 \cdot (|AB| + |BC|) = 72$

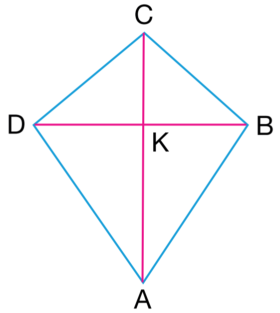
$\Rightarrow 2 \cdot (2x + x) = 72$

$\Rightarrow 2 \cdot 3x = 72$

$\Rightarrow 6x = 72$

$\Rightarrow x = 12$ cm bulunur.

ÖRNEK



ABCD deltoidinde $[AC]$ ve $[DB]$ köşegen

$|DC| = |CB|$

$|AD| = |AB|$

$3 \cdot |DB| = 2 \cdot |AC|$

$A(ABCD) = 48 \text{ cm}^2$

olduğuna göre $|AC|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

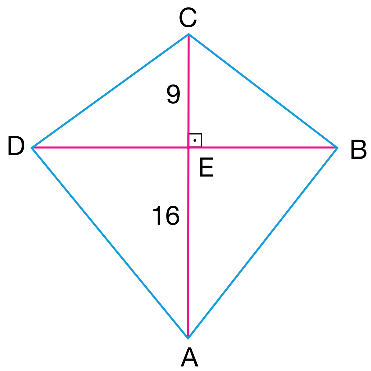
ÇÖZÜM

ABCD deltoidinde $3 \cdot |DB| = 2 \cdot |AC|$ olduğundan $|DB| = 2x$ cm ve $|AC| = 3x$ cm olsun.

$$A(ABCD) = 48 \text{ cm}^2 \Rightarrow \frac{|AC| \cdot |DB|}{2} = 48 \Rightarrow \frac{3x \cdot 2x}{2} = 48 \Rightarrow 3x^2 = 48 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4 \text{ cm olur.}$$

$x = 4 \Rightarrow |AC| = 3x = 12$ cm bulunur.

ÖRNEK



ABCD deltoidinde

$[AC]$ ve $[BD]$ köşegen

$|DC| = |BC|$

$|AD| = |AB|$

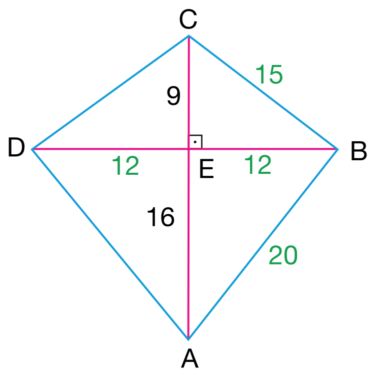
$|DB| = 24$ cm

$|CE| = 9$ cm

$|AE| = 16$ cm

olduğuna göre ABCD deltoidinin çevresinin kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



Bir deltoidde köşegenler birbirini dik kestiğinden

$[BD] \perp [AC]$ ve $|DE| = |EB| = 12$ cm olur.

BEC dik üçgeninde Pisagor teoreminden

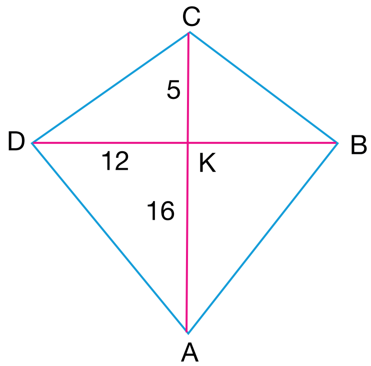
$$|BC|^2 = |CE|^2 + |EB|^2 \Rightarrow |BC|^2 = 9^2 + 12^2$$
$$\Rightarrow |BC|^2 = 225$$
$$\Rightarrow |BC| = 15 \text{ cm olur.}$$

AEB dik üçgeninde Pisagor teoreminden

$$|AB|^2 = |BE|^2 + |AE|^2 \Rightarrow |AB|^2 = 12^2 + 16^2$$
$$\Rightarrow |AB|^2 = 400$$
$$\Rightarrow |AB| = 20 \text{ cm olur.}$$

Bu durumda $Ç(ABCD) = 2 \cdot (|AB| + |BC|) = 2 \cdot (15 + 20) = 70$ cm bulunur.

ÖRNEK



ABCD deltoidinde $[AC]$ ve $[DB]$ köşegen

$|DC| = |CB|$

$|AD| = |AB|$

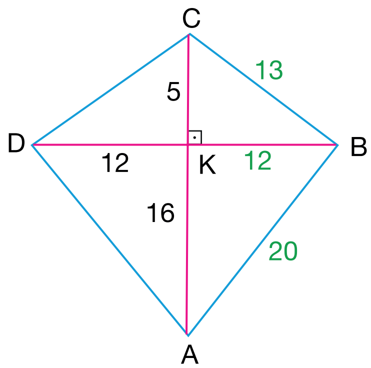
$|DK| = 12$ cm

$|KC| = 5$ cm

$|AK| = 16$ cm

olduğuna göre ABCD deltoidinin çevresinin kaç santimetre ve alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD deltoidinde köşegenler K noktasında dik kesişir ve $|DK| = |KB| = 12$ cm olur. ABK dik üçgeninde Pisagor teoreminden

$$|AB|^2 = |BK|^2 + |AK|^2 \Rightarrow |AB|^2 = 12^2 + 16^2$$
$$\Rightarrow |AB|^2 = 144 + 256$$
$$\Rightarrow |AB|^2 = 400$$
$$\Rightarrow |AB| = 20 \text{ cm olur.}$$

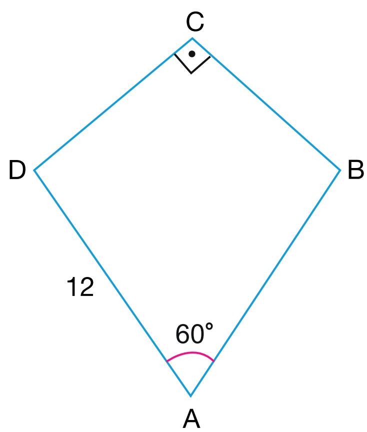
BKC dik üçgeninde Pisagor teoreminden

$$|CB|^2 = |BK|^2 + |KC|^2 \Rightarrow |CB|^2 = 12^2 + 5^2$$
$$\Rightarrow |CB|^2 = 144 + 25$$
$$\Rightarrow |CB|^2 = 169$$
$$\Rightarrow |CB| = 13 \text{ cm olur.}$$

Buna göre $Ç(ABCD) = 2 \cdot (|AB| + |BC|) = 2 \cdot (20 + 13) = 2 \cdot 33 = 66$ cm bulunur.

$A(ABCD) = \dfrac{|AC| \cdot |BD|}{2} = \dfrac{21 \cdot 24}{2} = \dfrac{504}{2} = 252 \text{ cm}^2$ bulunur.

ÖRNEK



ABCD deltoidinde

$|DC| = |CB|$

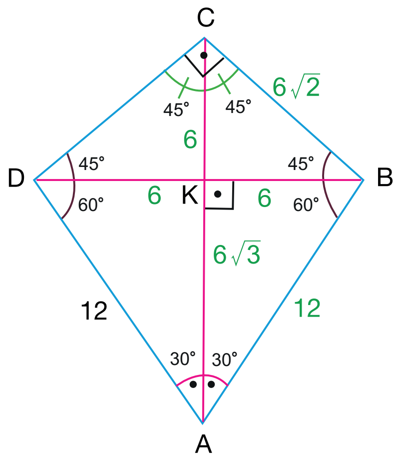
$|AD| = |AB|$

$|AD| = 12$ cm

$m(\widehat{DAB}) = 60°$

olduğuna göre ABCD deltoidinin çevresinin kaç santimetre ve alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD deltoidinde köşegenler çizilirse ABD eşkenar üçgeni ve DBC ikizkenar dik üçgeni elde edilir.

Köşegenler K noktasında dik kesişir ve $|DK| = |KB| = 6$ cm olur.

CKB üçgeni de ikizkenar dik üçgen olduğundan $|CK| = |KB| = 6$ cm olur.

CKB dik üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa

$$|CB|^2 = |BK|^2 + |KC|^2 \Rightarrow |CB|^2 = 6^2 + 6^2$$
$$\Rightarrow |CB|^2 = 36 + 36$$
$$\Rightarrow |CB|^2 = 72$$
$$\Rightarrow |CB| = \sqrt{72}$$
$$\Rightarrow |CB| = \sqrt{36 \cdot 2} = 6\sqrt{2} \text{ cm olur.}$$

AKB dik üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa

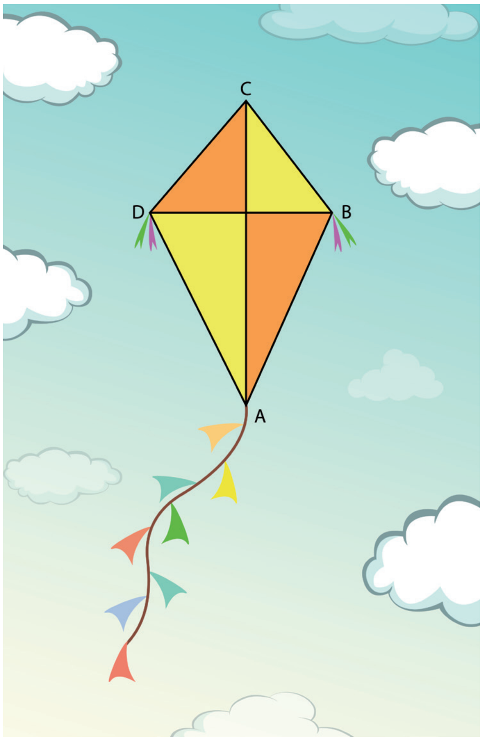
$$|AB|^2 = |BK|^2 + |AK|^2 \Rightarrow 12^2 = 6^2 + |AK|^2$$
$$\Rightarrow 144 = 36 + |AK|^2$$
$$\Rightarrow |AK|^2 = 144 - 36$$
$$\Rightarrow |AK|^2 = 108$$
$$\Rightarrow |AK| = \sqrt{108}$$
$$\Rightarrow |AK| = \sqrt{36 \cdot 3}$$
$$\Rightarrow |AK| = 6\sqrt{3} \text{ cm olur.}$$

Buna göre

$$Ç(ABCD) = 2 \cdot (|AB| + |BC|)$$
$$= 2 \cdot (12 + 6\sqrt{2})$$
$$= 24 + 12\sqrt{2} \text{ cm bulunur.}$$

$$A(ABCD) = \frac{|AC| \cdot |BD|}{2}$$
$$= \frac{(6 + 6\sqrt{3}) \cdot \cancel{12}^{6}}{\cancel{2}}$$
$$= 36 + 36\sqrt{3} \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK



Görsel 2.5

Anaokulu Öğretmeni Duygu Hanım, sınıfındaki 20 öğrencisiyle '**İçimizdeki Çocuk**' isimli bir proje hazırlamaktadır. Bu proje kapsamında her bir öğrenciye deltoid biçiminde uçurtmalar yaptırılarak "**18–24 Mart Yaşlılara Saygı Haftası**" etkinlikleri kapsamında huzurevine bir ziyarette bulunulacaktır.

Bu proje ile huzurevindeki yaşlılarla beraber uçurtma uçurularak hoşça vakit geçirilmesinin yanı sıra anaokulu öğrencilerine sevgi ve saygı duygusunun kazandırılması da amaçlanmıştır.

Duygu Öğretmen, uçurtma yapımı için metresi 5 TL olan çıtalardan ve kaplama için de metrekaresi 10 TL olan kaplama malzemelerinden almıştır.

ABCD deltoidi biçimindeki uçurtmanın köşegenleri olan $[AC]$ ve $[BD]$ çıtalarının uzunlukları sırasıyla 50 cm ve 40 cm dir. Uçurtmanın yalnızca şekilde görünen ABCD yüzeyi kaplama malzemesi ile kaplanıyor. Uçurtmanın kuyruğunda, B ve D köşelerinde kullanılan süsleme ve ip malzemelerine ücret ödenmediğine göre uçurtma için 20 öğrencinin kullandığı kaplama malzemesi tutarının kaç TL olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

Köşegen uzunlukları metreye çevirilirse

$|AC| = 50 \text{ cm} = \frac{50}{100} = 0,5 \text{ m}$ ve $|BD| = 40 \text{ cm} = \frac{40}{100} = 0,4 \text{ m}$ olur.

Bir uçurtma için kullanılan çıtanın uzunluğu köşegen uzunlukları toplamı olan $0,5 + 0,4 = 0,9$ m dir.
Bu durumda 20 öğrencinin uçurtmasında kullanılacak çıtaların toplam uzunluğu $20 \cdot 0,9 = 18$ m olur.
Buna göre çıtalara ödenen toplam tutar $18 \cdot 5 = 90$ TL olur.
ABCD deltoidinin alanı köşegen uzunluklarının çarpımının yarısı olduğundan bir uçurtmanın alanı

$$\begin{aligned} A(ABCD) &= \frac{|AC| \cdot |BD|}{2} \\ &= \frac{0,5 \cdot 0,4}{2} \\ &= \frac{0,2}{2} \text{ m}^2 \\ &= 0,1 \text{ m}^2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Bu durumda 20 öğrencinin uçurtmasının toplam alanı $20 \cdot 0,1 = 2 \text{ m}^2$ olur.

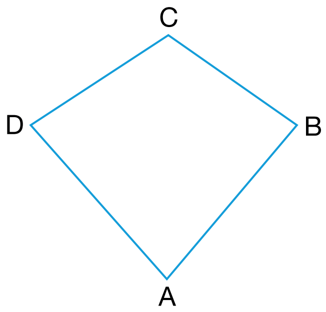
Buna göre uçurtmaların kaplama malzemesi için ödenen toplam tutar $10 \cdot 2 = 20$ TL olur.

Böylece uçurtma yapımı için malzemelere ödenen toplam tutar $90 + 20 = 110$ TL bulunur.

ALIŞTIRMALAR

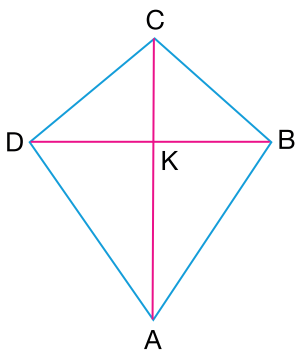
1. Köşegen uzunlukları 12 cm ve 16 cm olan bir deltoidin alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

2.



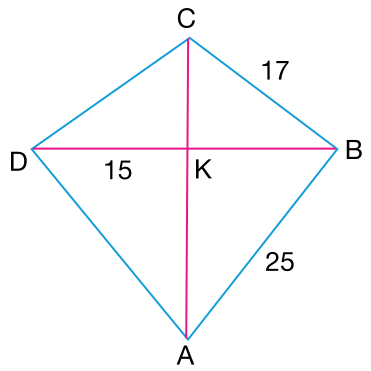
ABCD deltoidinde
$|DC| = |CB|$
$|AD| = |AB|$
$2 \cdot |AB| = 3 \cdot |CD|$
$Ç(ABCD) = 70$ cm
olduğuna göre $|AD|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

3.



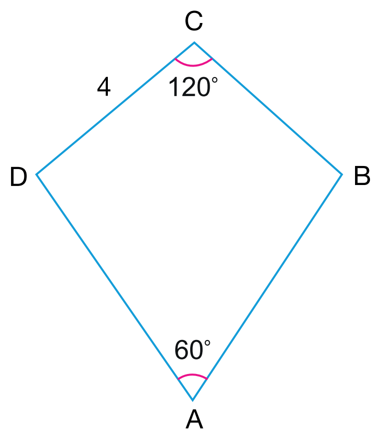
ABCD deltoidinde $[AC]$ ve $[DB]$ köşegen
$|DC| = |CB|$
$|AD| = |AB|$
$7 \cdot |DB| = 4 \cdot |AC|$
$A(ABCD) = 126 \text{ cm}^2$
olduğuna göre $|AC|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

4.



ABCD deltoidinde $[AC]$ ve $[DB]$ köşegen
$|DC| = |CB|$
$|AD| = |AB|$
$|AB| = 25$ cm
$|BC| = 17$ cm
$|DK| = 15$ cm
olduğuna göre ABCD deltoidinin çevresinin kaç santimetre ve alanının kaç santimetre-katre olduğunu bulunuz.

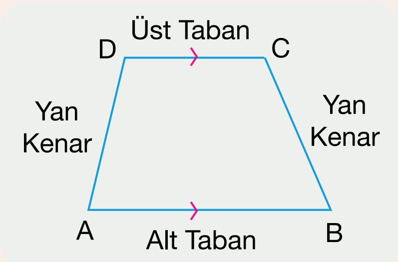
5.



ABCD deltoidinde
$|DC| = |CB|$
$|AD| = |AB|$
$|CD| = 4$ cm
$m(\widehat{DAB}) = 60°$
$m(\widehat{BCD}) = 120°$
olduğuna göre ABCD deltoidinin çevresinin kaç santimetre ve alanının kaç santimetreka-re olduğunu bulunuz.

11.2.3.6. Yamuk

En az iki kenarı paralel olan dörtgene **yamuk** denir. Paralel olan kenarlara **alt ve üst tabanlar**, diğer kenarlara **yan kenarlar** denir.



Yandaki ABCD yamuğunda $[AB] \mathbin{/\!/} [DC]$ olduğundan $[AB]$ ve $[DC]$ sırasıyla alt ve üst tabanlar, $[AD]$ ve $[BC]$ yan kenarlardır.

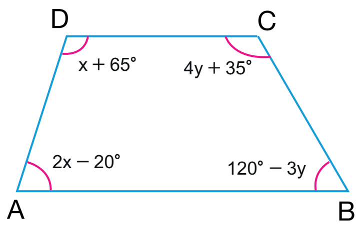
ABCD yamuğunda alt taban ile üst taban birbirine paralel olduğundan

$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{D}) = 180°$$

$$m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180°$$

olur.

ÖRNEK



ABCD yamuğunda

$[AB] \mathbin{/\!/} [DC]$,

$m(\widehat{A}) = 2x - 20°$, $m(\widehat{B}) = 120° - 3y$, $m(\widehat{C}) = 4y + 35°$ ve

$m(\widehat{D}) = x + 65°$ olduğuna göre $x + y$ değerinin kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

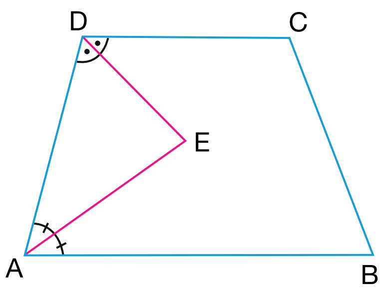
ABCD yamuğunda

$$\begin{aligned} m(\widehat{A}) + m(\widehat{D}) = 180° &\Rightarrow 2x - 20° + x + 65° = 180° \\ &\Rightarrow 3x + 45° = 180° \\ &\Rightarrow 3x = 180° - 45° \\ &\Rightarrow 3x = 135° \\ &\Rightarrow x = 45° \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180° &\Rightarrow 120° - 3y + 4y + 35° = 180° \\ &\Rightarrow y + 155° = 180° \\ &\Rightarrow y = 180° - 155° \\ &\Rightarrow y = 25° \text{ olur.} \end{aligned}$$

Bu durumda $x + y = 45° + 25° = 70°$ bulunur.

ÖRNEK



ABCD yamuğunda

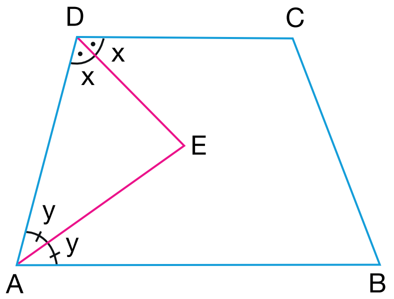
$[AB] \mathbin{/\!/} [DC]$

$m(\widehat{CDE}) = m(\widehat{EDA})$

$m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{EAB})$

olduğuna göre $m(\widehat{DEA})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



$m(\widehat{CDE}) = m(\widehat{EDA}) = x$ ve $m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{EAB}) = y$ olsun.

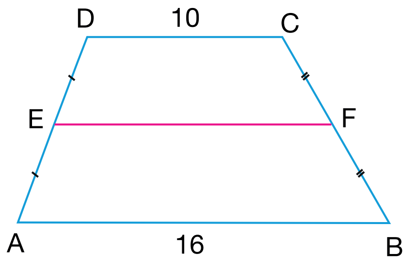
$[AB] \mathbin{/\!/} [DC]$ olduğundan $m(\widehat{BAD}) + m(\widehat{ADC}) = 180°$ olur.

$m(\widehat{BAD}) + m(\widehat{ADC}) = 180° \Rightarrow 2x + 2y = 180°$
$\Rightarrow 2(x + y) = 180°$
$\Rightarrow x + y = 90°$ olur.

ADE üçgeninin iç açılarının toplamı $180°$ olduğundan

$m(\widehat{DEA}) + m(\widehat{ADE}) + m(\widehat{EAD}) = 180° \Rightarrow m(\widehat{DEA}) + x + y = 180°$
$\Rightarrow m(\widehat{DEA}) + 90° = 180°$
$\Rightarrow m(\widehat{DEA}) = 180° - 90°$
$\Rightarrow m(\widehat{DEA}) = 90°$ bulunur.

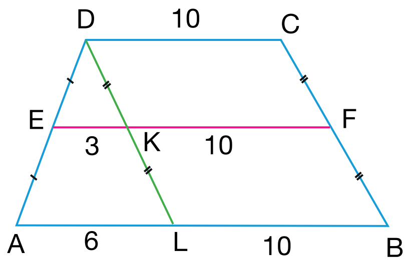
ÖRNEK



ABCD yamuğunda
$[AB] \mathbin{/\!/} [DC]$
$|DC| = 10$ cm
$|AB| = 16$ cm
$|AE| = |ED|$
$|BF| = |FC|$

olduğuna göre $|EF|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD yamuğunda D köşesinden $[BC] \mathbin{/\!/} [DL]$ olacak şekilde $[DL]$ doğru parçası çizilirse DKFC ile LBFK birer paralelkenar olur. Bu durumda

$|CF| = |FB| = |DK| = |KL|$

$|DC| = |KF| = |LB| = 10$ cm

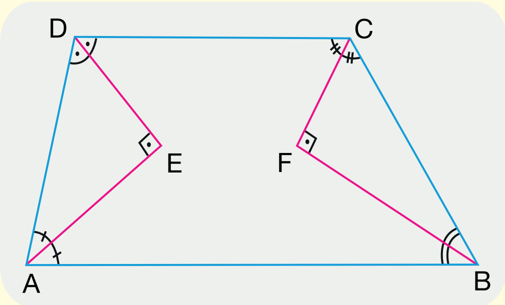
olur.

DAL üçgeninde $|DE| = |EA|$ ve $|DK| = |KL|$ olduğundan $[EK]$ DAL üçgeninin orta tabanı olup

$|EK| = \dfrac{|AL|}{2} = \dfrac{6}{2} = 3$ cm bulunur. Bu durumda

$|EF| = |EK| + |KF|$
$= 3 + 10$
$= 13$ cm bulunur.

Sonuçlar

- 

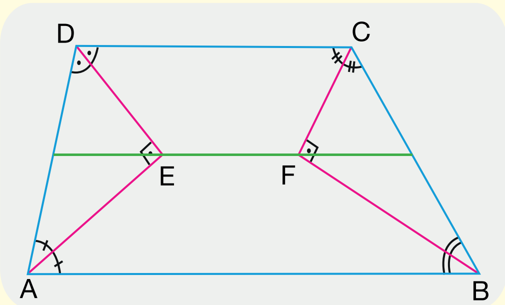
Yandaki ABCD yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$ olsun.

A açısı ile D açısının açıortayları dik kesişir.

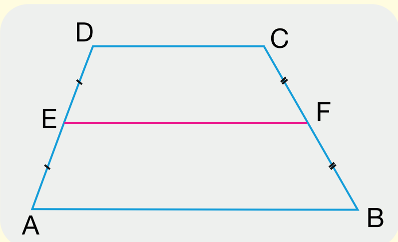
B açısı ile C açısının açıortayları dik kesişir.

$m(\widehat{CDE}) = m(\widehat{EDA})$ ve $m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{EAB}) \Rightarrow m(\widehat{DEA}) = 90°$

$m(\widehat{DCF}) = m(\widehat{FCB})$ ve $m(\widehat{CBF}) = m(\widehat{FBA}) \Rightarrow m(\widehat{CFB}) = 90°$ olur.

- 

Ayrıca A açısı ile D açısının açıortaylarının kesim noktası olan E noktası ve B açısı ile C açısının açıortaylarının kesim noktası olan F noktası yamuğun orta tabanı üzerindedir.

- 

Yandaki ABCD yamuğunda

$[AB] \parallel [DC]$ olsun.

$[AD]$ ve $[BC]$ nın orta noktaları sırasıyla E ve F olmak üzere E ile F noktalarını birleştiren $[EF]$ na ABCD yamuğunun **orta tabanı** denir.

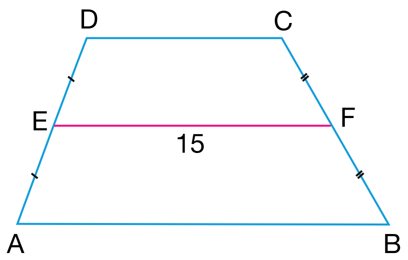
$[EF]$ orta taban olmak üzere $[AB] \parallel [DC] \parallel [EF]$

olup

$$|EF| = \frac{|AB| + |DC|}{2}$$

olur.

ÖRNEK



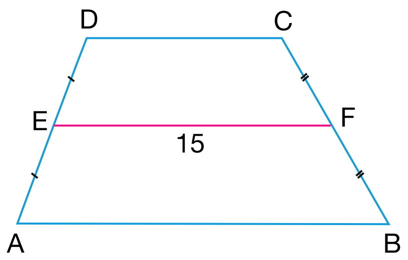
Yanda verilen ABCD yamuğunda

$[AB] \parallel [DC]$

$|AB| = 2 \cdot |DC|$, $|EF| = 15$ cm

$|AE| = |ED|$, $|BF| = |FC|$ olduğuna göre $|DC|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



$|AB| = 2 \cdot |DC| \Rightarrow |AB| = 2x$ ve $|DC| = x$ olsun. ABCD yamuğunda $|AE| = |ED|$ ve $|BF| = |FC|$ olduğundan $[EF]$, ABCD yamuğunun orta tabanıdır. Bu durumda

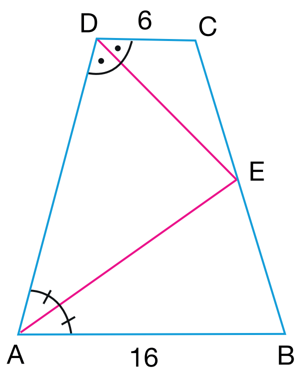
$$|EF| = \frac{|AB| + |DC|}{2} \Rightarrow 15 = \frac{2x + x}{2}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 15 = 3x$$

$$\Rightarrow x = 10 \text{ cm olur.}$$

Bu durumda $|DC| = x = 10$ cm bulunur.

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD yamuğunda

$[AB] \parallel [DC]$

$E \in [BC]$

$m(\widehat{CDE}) = m(\widehat{EDA})$

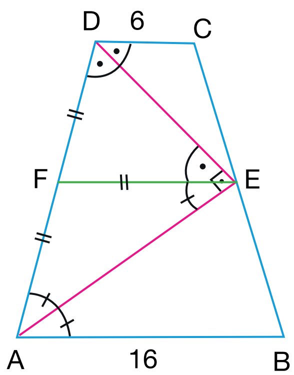
$m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{EAB})$

$|DC| = 6$ cm

$|AB| = 16$ cm

olduğuna göre $|AD|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

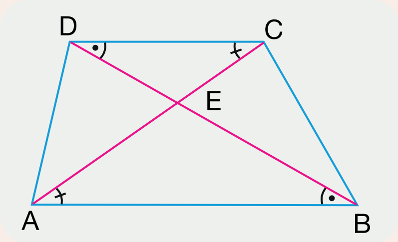


ABCD yamuğunda A açısı ile D açısının açıortayları dik kesişeceğinden $m(\widehat{DEA}) = 90°$ olur.

E noktasından tabanlara paralel olacak şekilde $[EF]$ çizilirse CDE açısı ile DEF açısı, BAE açısı ile de AEF açısı iç ters açılar olup ölçüleri eşittir. Bu durumda DFE ve AFE ikizkenar üçgenleri oluştuğundan $|EF| = |FD| = |FA|$ olur. Buna göre $[EF]$ yamuğun orta tabanıdır.

$$|EF| = \frac{|AB| + |DC|}{2} \Rightarrow |EF| = \frac{16 + 6}{2} = 11 \text{ cm olur.}$$

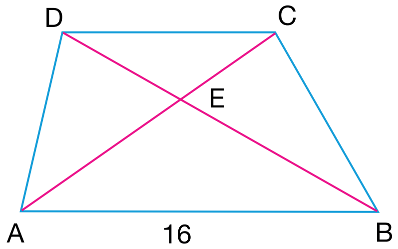
$|EF| = |FD| = |FA| = 11$ cm olduğundan $|AD| = |FD| + |FA| = 22$ cm bulunur.



ABCD yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$ olmak üzere $[AC]$ ve $[BD]$ na **yamuğun köşegenleri** denir.

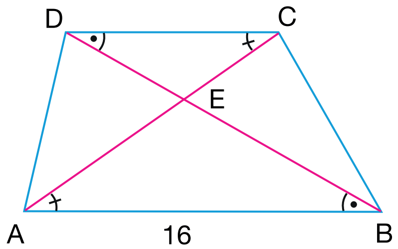
Köşegenler yamuğun iç bölgesinde bir noktada kesişir. $[AB] \parallel [DC]$ olduğundan CDB açısı ile DBA açısı ve DCA açısı ile de CAB açısı iç ters açılar olup ölçüleri birbirine eşittir. Bu durumda A.A. benzerlik kuralına göre $\overset{\frown}{EDC} \sim \overset{\frown}{EBA}$ olur.

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD yamuğunda $[AC]$ ve $[BD]$ köşegen
$[AB] \parallel [DC]$
$|AE| = 2 \cdot |CE|$
$|AB| = 16$ cm
olduğuna göre $|DC|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



$|AE| = 2 \cdot |CE|$ ise $|AE| = 2x$ ve $|CE| = x$ olsun.

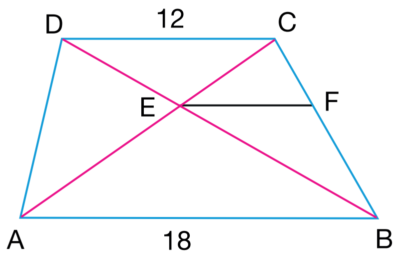
A.A. benzerlik kuralına göre $\overset{\frown}{EDC} \sim \overset{\frown}{EBA}$ olduğundan

$$\frac{|DC|}{|AB|} = \frac{|CE|}{|AE|} \Rightarrow \frac{|DC|}{16} = \frac{x}{2x}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot |DC| = 16$$

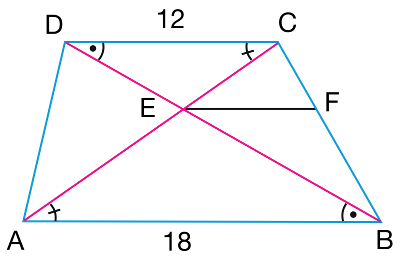
$$\Rightarrow |DC| = 8 \text{ cm bulunur.}$$

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD yamuğunda $[AC]$ ve $[BD]$ köşegen
$[AB] \parallel [DC] \parallel [EF]$
$|DC| = 12$ cm
$|AB| = 18$ cm
olduğuna göre $|EF|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



A.A. benzerlik kuralına göre $\widehat{EDC} \sim \widehat{EBA}$ olduğundan

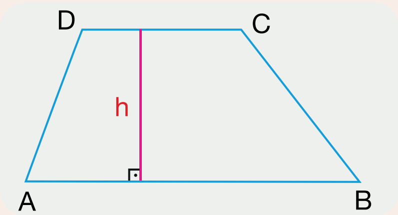
$$\frac{|CE|}{|AE|} = \frac{|DC|}{|AB|} \Rightarrow \frac{|CE|}{|AE|} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow |CE| = 2k \text{ ve } |AE| = 3k \text{ olsun.}$$

$[AB] \mathbin{/\!/} [EF]$ olduğundan $\widehat{CEF} \sim \widehat{CAB}$ olur.

$$\widehat{CEF} \sim \widehat{CAB} \Rightarrow \frac{|EF|}{|AB|} = \frac{|CE|}{|AC|} \Rightarrow \frac{|EF|}{18} = \frac{2\cancel{k}}{5\cancel{k}}$$

$$\Rightarrow |EF| = \frac{36}{5} \text{ cm bulunur.}$$



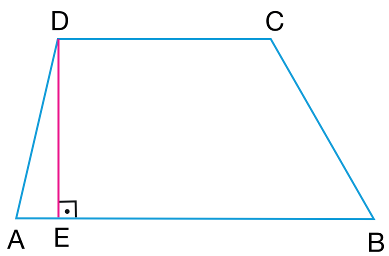
Bir yamukta alt ve üst taban arasındaki en kısa uzaklığa **yamuğun yüksekliği** denir.

Yüksekliği h olan ABCD yamuğunun alanı

$$\mathbf{A(ABCD) = \frac{|AB|+|DC|}{2} \cdot h}$$

ile hesaplanır.

ÖRNEK



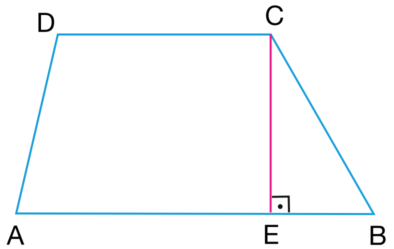
Yanda verilen ABCD yamuğunda
$[AB] \mathbin{/\!/} [DC]$, $[AB] \perp [DE]$,
$|AB| = 18$ cm, $|DC| = 12$ cm ve
$|DE| = 10$ cm
olduğuna göre ABCD yamuğunun alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

Taban uzunlukları $|AB| = 18$ cm, $|DC| = 12$ cm ve yüksekliğinin uzunluğu $|DE| = 10$ cm olan ABCD yamuğunun alanı

$$\begin{aligned} A(ABCD) &= \frac{|AB|+|DC|}{2} \cdot h \\ &= \frac{18+12}{2} \cdot 10 \\ &= 150 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD yamuğunda

$[AB] \parallel [DC]$, $[AB] \perp [CE]$

$|DC| = 8$ cm, $|CE| = 9$ cm

$A(ABCD) = 90\ cm^2$ olduğuna göre $|AB|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

Taban uzunlukları $|AB|$, $|DC| = 8$ cm ve yüksekliği $|CE| = 9$ cm olan ABCD yamuğunun alanı $90\ cm^2$ olduğundan

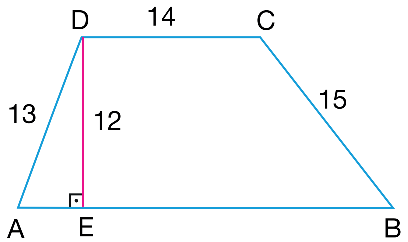
$$A(ABCD) = \frac{|AB| + |DC|}{2} \cdot h \Rightarrow 90 = \frac{|AB| + 8}{2} \cdot 9$$

$$\Rightarrow 180 = 9 \cdot |AB| + 72$$

$$\Rightarrow 9 \cdot |AB| = 108$$

$$\Rightarrow |AB| = 12 \text{ cm bulunur.}$$

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD yamuğunda

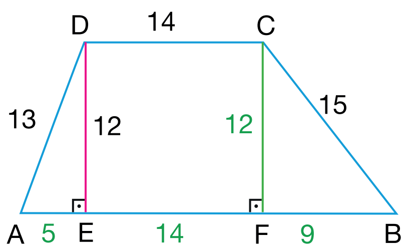
$[AB] \parallel [DC]$

$|DC| = 14$ cm, $|AD| = 13$ cm, $|DE| = 12$ cm ve

$|BC| = 15$ cm

olduğuna göre ABCD yamuğunun alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



AED dik üçgeninde Pisagor teoreminden

$$|AE|^2 + |DE|^2 = |AD|^2 \Rightarrow |AE|^2 + 12^2 = 13^2$$

$$\Rightarrow |AE|^2 = 169 - 144$$

$$\Rightarrow |AE|^2 = 25$$

$$\Rightarrow |AE| = 5 \text{ cm olur.}$$

C noktasından $[AB]$ kenarına $[CF]$ yüksekliği çizilirse EFCD dikdörtgeni ile CFB dik üçgeni elde edilir. EFCD dikdörtgen olduğundan $|EF| = |DC| = 14$ cm ve $|DE| = |CF| = 12$ cm olur.

CBF dik üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa

$$|FB|^2 + |CF|^2 = |BC|^2 \Rightarrow |FB|^2 + 12^2 = 15^2$$
$$\Rightarrow |FB|^2 = 225 - 144$$
$$\Rightarrow |FB|^2 = 81$$
$$\Rightarrow |FB| = 9 \text{ cm olur.}$$

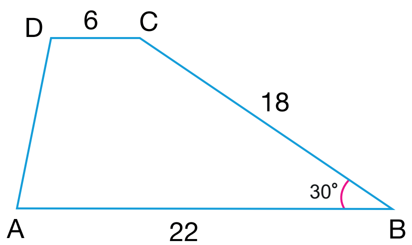
Bu durumda

$$|AB| = |AE| + |EF| + |FB|$$
$$= 5 + 14 + 9$$
$$= 28 \text{ cm olur.}$$

Taban uzunlukları $|AB| = 28$ cm, $|DC| = 14$ cm ve yüksekliği $|DE| = 12$ cm olan ABCD yamuğunun alanı

$$A(ABCD) = \frac{|AB| + |DC|}{2} \cdot h$$
$$= \frac{28 + 14}{2} \cdot 12$$
$$= 252 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD yamuğunda

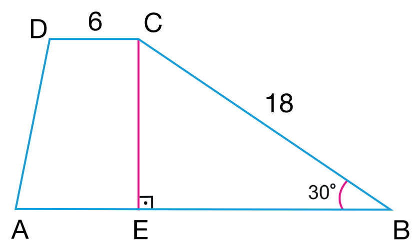
$[AB] \parallel [DC]$

$|DC| = 6$ cm, $|BC| = 18$ cm, $|AB| = 22$ cm ve

$m(\widehat{ABC}) = 30°$

olduğuna göre ABCD yamuğunun alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



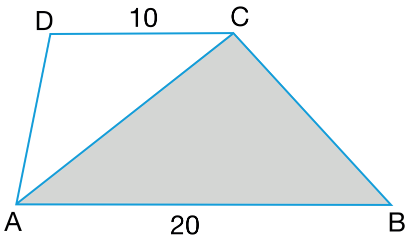
ABCD yamuğunun C köşesinden $[CE]$ yüksekliği çizilirse BEC dik üçgeni elde edilir. BEC dik üçgeninde 30° lik açının karşısındaki CE kenarının uzunluğu hipotenüs uzunluğunun yarısına eşit olacağından

$$|CE| = \frac{|BC|}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ cm olur.}$$

Taban uzunlukları $|AB| = 22$ cm, $|DC| = 6$ cm ve yüksekliği $|CE| = 9$ cm olan ABCD yamuğunun alanı

$$A(ABCD) = \frac{|AB| + |DC|}{2} \cdot h = \frac{22 + 6}{2} \cdot 9 = 126 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD yamuğunda

$[AB] \,/\!/\, [DC]$

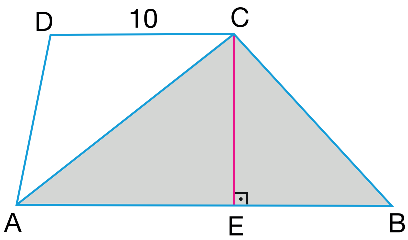
$|DC| = 10$ cm

$|AB| = 20$ cm

$A(\widehat{ABC}) = 120$ cm^2

olduğuna göre ABCD yamuğunun alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABC üçgeninde C noktasından [AB] kenarına [CE] yüksekliği çizilirse [CE] aynı zamanda ABCD yamuğunun yüksekliği olur.

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{|CE| \cdot |AB|}{2}$$

$$120 = \frac{|CE| \cdot 20}{2}$$

$|CE| = 12$ cm olur.

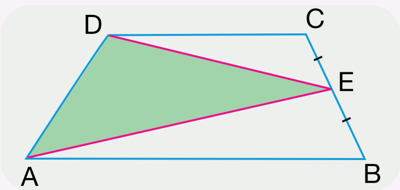
Taban uzunlukları $|AB| = 20$ cm, $|DC| = 10$ cm ve yüksekliği $|CE| = 12$ cm olan ABCD yamuğunun alanı

$$A(ABCD) = \frac{|AB| + |DC|}{2} \cdot h$$

$$= \frac{20 + 10}{2} \cdot 12$$

$= 180$ cm^2 bulunur.

Özellik

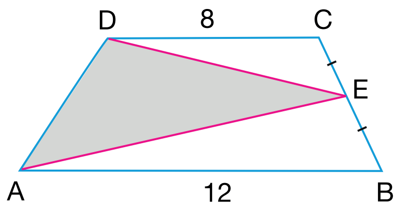


Yandaki ABCD yamuğunda $[AB] \,/\!/\, [DC]$ ve E noktası [BC] nın orta noktası ise

$$\mathbf{A(\widehat{AED}) = \frac{A(ABCD)}{2}}$$

olur.

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD yamuğunda
$[AB] \parallel [DC]$, $|CE| = |EB|$,
$|DC| = 8$ cm
$|AB| = 12$ cm
$A(\widehat{ADE}) = 30$ cm^2
olduğuna göre ABCD yamuğunun yüksekliğinin kaç santimetre olduğunu bulunuz.

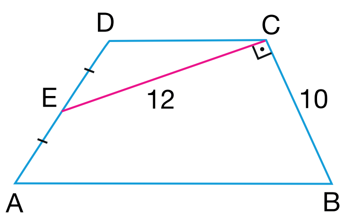
ÇÖZÜM

E noktası $[BC]$ nın orta noktası olduğundan AED üçgeninin alanı ABCD yamuğunun alanının yarısına eşittir. Bu durumda $A(ABCD) = 60$ cm^2 olur.

Taban uzunlukları $|AB| = 12$ cm ve $|DC| = 8$ cm olan ABCD yamuğunun yüksekliği h olsun. Buna göre ABCD yamuğunun alanı 60 cm^2 olduğundan

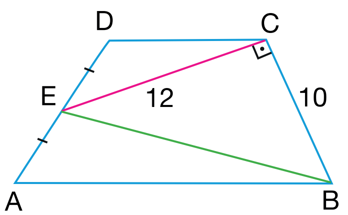
$$A(ABCD) = \frac{|AB| + |DC|}{2} \cdot h \Rightarrow 60 = \frac{12+8}{2} \cdot h$$
$$\Rightarrow 60 = 10 \cdot h$$
$$\Rightarrow h = 6 \text{ cm bulunur.}$$

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD yamuğunda
$[AB] \parallel [DC]$
$[CE] \perp [BC]$
$|AE| = |ED|$
$|BC| = 10$ cm, $|CE| = 12$ cm
olduğuna göre ABCD yamuğunun alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

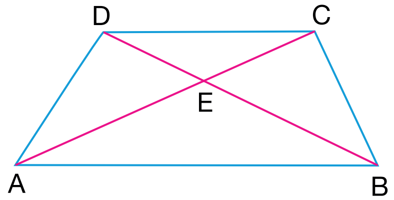
ÇÖZÜM



ABCD yamuğunun alanı, B ile E noktalarının birleştirilmesiyle elde edilen CEB dik üçgeninin alanının iki katına eşit olacağından

$$A(ABCD) = 2 \cdot A(\widehat{CEB})$$
$$= \cancel{2} \cdot \frac{|CE| \cdot |CB|}{\cancel{2}}$$
$$= 12 \cdot 10$$
$$= 120 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

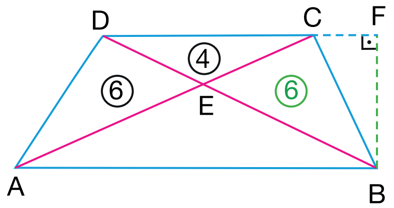


Yanda verilen ABCD yamuğunda $[AC]$ ve $[BD]$ köşegen $[AB] \,/\!/\, [DC]$

$A(\widehat{ADE}) = 6\ cm^2$, $A(\widehat{DEC}) = 4\ cm^2$

olduğuna göre AEB ve BEC üçgenlerinin alanlarının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD yamuğunun yüksekliği $|BF|$ olsun. Bu durumda ADC ve BDC üçgenlerinin DC kenarına ait yükseklikleri de $|BF|$ olur. Buna göre ADC ve BDC üçgenlerinin hem DC kenarlarının uzunlukları hem de bu kenara ait yükseklikleri eşit olduğundan bu üçgenlerin alanları eşittir.

$$A(\widehat{ADC}) = A(\widehat{BDC}) \Rightarrow A(\widehat{ADE}) + A(\widehat{DEC}) = A(\widehat{BEC}) + A(\widehat{DEC})$$
$$\Rightarrow 6 + 4 = A(\widehat{BCE}) + 4$$
$$\Rightarrow A(\widehat{BCE}) = 6\ cm^2 \text{ bulunur.}$$

ADE üçgeni ile DEC üçgeninin D köşeleri ortak ve tabanları aynı doğru üzerinde olduğundan bu üçgenlerin alanlarının oranı taban uzunluklarının oranına eşit olacaktır.

$$\frac{A(\widehat{ADE})}{A(\widehat{DEC})} = \frac{|AE|}{|EC|} \text{ olur.}$$

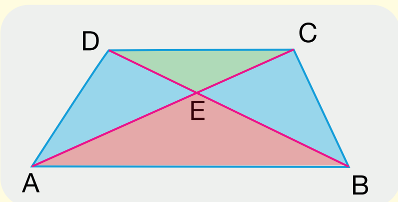
Benzer şekilde AEB üçgeni ile BEC üçgeninin B köşeleri ortak ve tabanları aynı doğru üzerinde olduğundan bu üçgenlerin alanlarının oranı da taban uzunluklarının oranına eşit olacaktır.

$$\frac{A(\widehat{AEB})}{A(\widehat{BEC})} = \frac{|AE|}{|EC|} \text{ olur.}$$

Bulunan iki eşitlikten

$$\frac{A(\widehat{ADE})}{A(\widehat{DEC})} = \frac{A(\widehat{AEB})}{A(\widehat{BEC})} \Rightarrow A(\widehat{ADE}) \cdot A(\widehat{BEC}) = A(\widehat{AEB}) \cdot A(\widehat{DEC})$$
$$\Rightarrow 6 \cdot 6 = A(\widehat{AEB}) \cdot 4$$
$$\Rightarrow A(\widehat{AEB}) = 9\ cm^2 \text{ bulunur.}$$

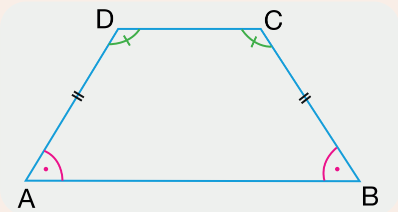
Sonuç



ABCD yamuğunda $[AC]$ ve $[BD]$ köşegen, $[AB] \,/\!/\, [DC]$ olmak üzere

$$\mathbf{A(\widehat{ADE}) = A(\widehat{BCE})}$$
$$\mathbf{A(\widehat{ADE}) \cdot A(\widehat{BEC}) = A(\widehat{AEB}) \cdot A(\widehat{DEC})}$$

olur.



Bir tabanına ait taban açılarının ölçüleri birbirine eşit olan yamuğa **ikizkenar yamuk** denir.

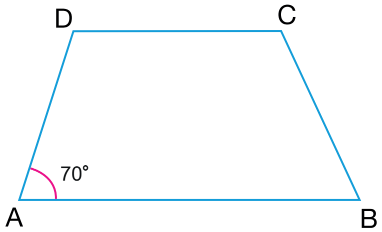
İkizkenar yamukta taban açılarının ölçüleri birbirine eşittir.

ABCD ikizkenar yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$ olmak üzere

$$|AD| = |BC|$$
$$m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{CBA})$$
$$m(\widehat{ADC}) = m(\widehat{BCD})$$

olur.

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD ikizkenar yamuğunda

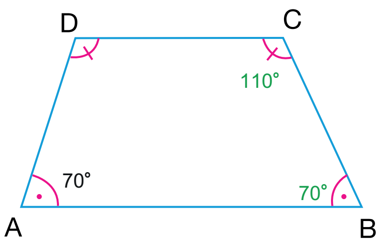
$[AB] \parallel [DC]$

$|AD| = |BC|$

$m(\widehat{DAC}) = 70°$

olduğuna göre $m(\widehat{DCB}) - m(\widehat{ABC})$ değerinin kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD ikizkenar yamuğunda $|AD| = |BC|$ olduğundan

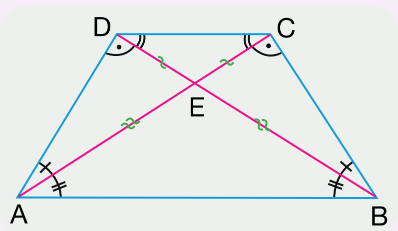
$m(\widehat{CBA}) = m(\widehat{DAB}) = 70°$ olur.

$m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{BCD}) = 180° \Rightarrow 70° + m(\widehat{BCD}) = 180°$
$\Rightarrow m(\widehat{BCD}) = 110°$ olur.

Bu durumda

$m(\widehat{DCB}) - m(\widehat{ABC}) = 110° - 70° = 40°$ bulunur.

Özellik



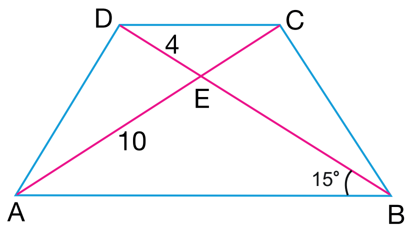
İkizkenar yamukta köşegen uzunlukları birbirine eşittir.
ABCD ikizkenar yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$ ve
$|AD| = |BC|$ olmak üzere

$|AC| = |BD|$, $|AE| = |BE|$, $|ED| = |EC|$,

$m(\widehat{CAB}) = m(\widehat{DBA})$, $m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{CBD})$,

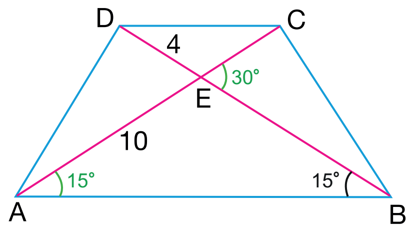
$m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{ACB})$ ve $m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{BDC})$ olur.

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD ikizkenar yamuğunda
$[AB] \parallel [DC]$
$|AD| = |BC|$
$|AE| = 10$ cm
$|DE| = 4$ cm
$m(\widehat{DBA}) = 15°$
olduğuna göre BCE üçgeninin alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD ikizkenar yamuk olduğundan

$|AE| = |BE| = 10$ cm, $|DE| = |EC| = 4$ cm ve

$m(\widehat{DBA}) = m(\widehat{BAC}) = 15°$ olur.

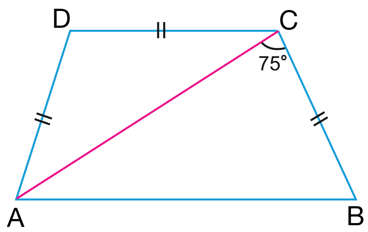
Bir üçgenin iki köşesindeki iç açının ölçüsünün toplamı üçgenin diğer köşesindeki dış açının ölçüsüne eşit olduğundan

$m(\widehat{BEC}) = m(\widehat{BAE}) + m(\widehat{ABE}) = 15° + 15° = 30°$ olur.

İki kenarının uzunluğu ve bu kenarların arasındaki açısının ölçüsü bilinen BEC üçgeninin alanı

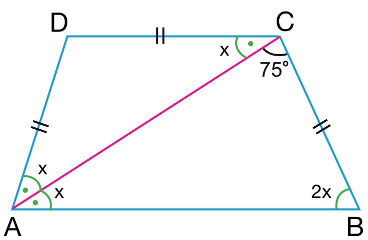
$$A(\widehat{BCE}) = \frac{1}{2} \cdot |CE| \cdot |EB| \cdot \sin(\widehat{CEB})$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}$$
$$= 10 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD ikizkenar yamuğunda
$[AB] \parallel [DC]$
$|AD| = |BC| = |CD|$
$m(\widehat{ACB}) = 75°$
olduğuna göre $m(\widehat{ADC})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ADC ikizkenar üçgeninde $m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{DCA}) = x$ olsun.

$[AB] \parallel [DC]$ olduğundan $m(\widehat{DCA}) = m(\widehat{CAB}) = x$ olur.

ABCD ikizkenar yamuk olduğundan

$m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{CBA}) = 2x$ olur.

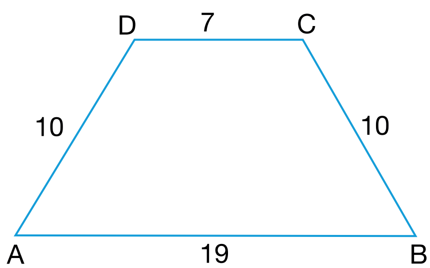
ABC üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° olduğundan

$$x + 2x + 75^\circ = 180^\circ \Rightarrow 3x + 75^\circ = 180^\circ$$
$$\Rightarrow 3x = 105^\circ$$
$$\Rightarrow x = 35^\circ \text{ olur.}$$

$[AB] \parallel [DC]$ olduğundan

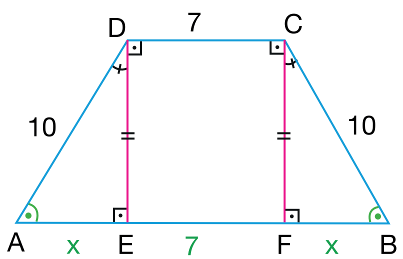
$$m(\widehat{ADC}) + m(\widehat{DAB}) = 180^\circ \Rightarrow m(\widehat{ADC}) + 2x = 180^\circ$$
$$\Rightarrow m(\widehat{ADC}) + 70^\circ = 180^\circ$$
$$\Rightarrow m(\widehat{ADC}) = 110^\circ \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD ikizkenar yamuğunda
$[AB] \parallel [DC]$
$|AD| = |BC| = 10$ cm
$|AB| = 19$ cm
$|DC| = 7$ cm
olduğuna göre ABCD yamuğunun alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD ikizkenar yamuğunda C ve D noktalarından AB kenarına $[DE]$ ve $[CF]$ yükseklikleri çizilirse EFCD dikdörtgeni elde edilir. $|DC| = |EF| = 7$ cm ve $|DE| = |CF|$ olur. ABCD ikizkenar yamuk olduğundan $m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{CBA})$ olur.

$m(\widehat{DEA}) = m(\widehat{CFB}) = 90^\circ$ olduğundan $m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{FCB})$ olur.

ADE ve BCF üçgenleri A.K.A. eşlik kuralına göre eş üçgenler olur. Buradan $|AE| = |FB| = x$ olsun.

$$|AB| = |AE| + |EF| + |FB| \Rightarrow 19 = x + 7 + x$$
$$\Rightarrow 19 - 7 = 2x$$
$$\Rightarrow 2x = 12$$
$$\Rightarrow x = 6 \text{ cm olur.}$$

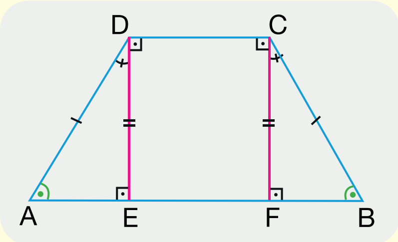
ADE üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa

$$|AE|^2 + |DE|^2 = |AD|^2 \Rightarrow 6^2 + |DE|^2 = 10^2$$
$$\Rightarrow |DE|^2 = 100 - 36$$
$$\Rightarrow |DE|^2 = 64$$
$$\Rightarrow |DE| = 8 \text{ cm olur.}$$

Taban uzunlukları $|AB| = 19$ cm, $|DC| = 7$ cm ve yüksekliği $|DE| = 8$ cm olan

ABCD yamuğunun alanı $A(ABCD) = \dfrac{|AB| + |DC|}{2} \cdot h = \dfrac{19 + 7}{2} \cdot 8 = 104 \text{ cm}^2$ bulunur.

Sonuç



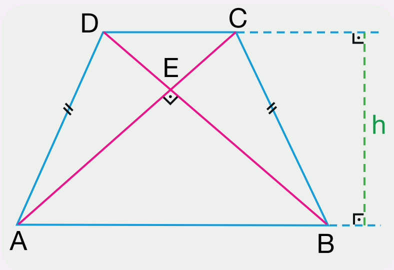
ABCD ikizkenar yamuğunda $[AB] \mathbin{/\!/} [DC]$ ve $|AD| = |BC|$ olsun.

C ve D noktalarından AB kenarına $[CF]$ ve $[DE]$ yükseklikleri çizilirse

$|\mathbf{EF}| = |\mathbf{CD}|$

$|\mathbf{AE}| = |\mathbf{FB}| = \dfrac{|\mathbf{AB}| - |\mathbf{DC}|}{\mathbf{2}}$ olur.

Özellik



ABCD ikizkenar yamuğunda $[AB] \mathbin{/\!/} [DC]$, $|AD| = |BC|$, h yükseklik ve $[AC]$ ve $[BD]$ köşegenlerdir.

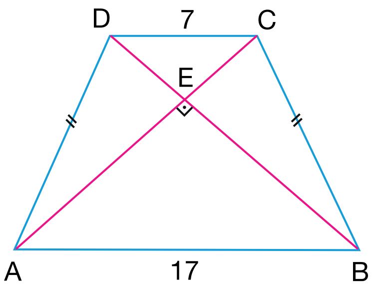
$[AC] \perp [BD]$ ise $\mathbf{h} = \dfrac{|\mathbf{AB}| + |\mathbf{DC}|}{\mathbf{2}}$ olur.

Bu durumda

$$A(ABCD) = \underbrace{\frac{|AB| + |DC|}{2}}_{h} \cdot h$$

$$= h^2 \text{ olur.}$$

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD ikizkenar yamuğunda $[AC]$ ve $[BD]$ köşegen

$[AB] \mathbin{/\!/} [DC]$, $[AC] \perp [BD]$

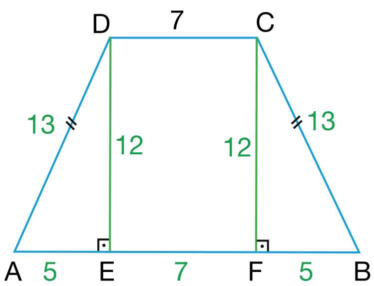
$|AD| = |BC|$

$|AB| = 17$ cm

$|DC| = 7$ cm

olduğuna göre ABCD yamuğunun alanının kaç santimetrekare ve çevresinin kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD ikizkenar yamuğunun köşegenleri dik kesiştiğinden yamuğun yüksekliği

$$h = \frac{|AB| + |DC|}{2} = \frac{17 + 7}{2} = 12 \text{ cm}$$

yamuğun alanı

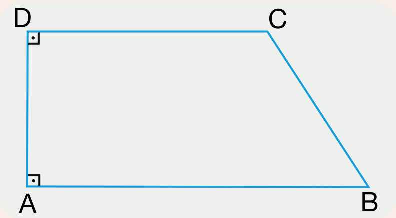
$$A(ABCD) = h^2 = 12^2 = 144 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

ABCD ikizkenar yamuğunda C ve D noktalarından AB kenarına $[CF]$ ve $[DE]$ yükseklikleri çizilirse $|AE| = |FB| = \dfrac{|AB| - |DC|}{2} = \dfrac{17 - 7}{2} = 5$ cm olur.

ADE üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa

$$|AE|^2 + |DE|^2 = |AD|^2 \Rightarrow 5^2 + 12^2 = |AD|^2$$
$$\Rightarrow |AD|^2 = 25 + 144$$
$$\Rightarrow |AD|^2 = 169$$
$$\Rightarrow |AD| = 13 \text{ cm olur.}$$

ABCD ikizkenar yamuk olduğundan $|AD| = |BC| = 13$ cm olur. Bu durumda ABCD yamuğunun çevresi $|AB| + |BC| + |CD| + |AD| = 17 + 13 + 7 + 13 = 50$ cm bulunur.



Yan kenarlarından biri tabanlara dik olan yamuğa **dik yamuk** denir.

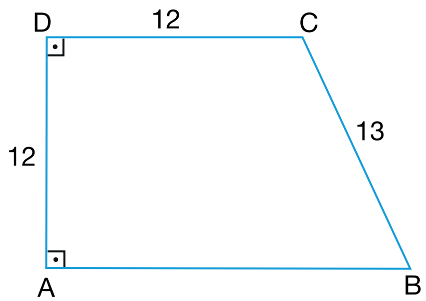
ABCD dik yamuğunda

$$[AB] \parallel [DC],\ [AD] \perp [AB],\ [AD] \perp [DC]$$

$$m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{ADC}) = 90°$$

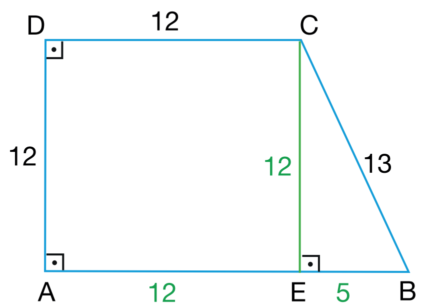
olur.

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD dik yamuğunda
$[AB] \parallel [DC]$, $[AD] \perp [AB]$, $[AD] \perp [DC]$
$|AD| = |DC| = 12$ cm
$|BC| = 13$ cm
olduğuna göre $|AB|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

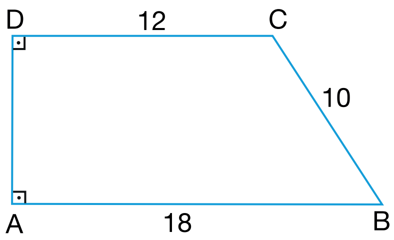


ABCD dik yamuğunda C köşesinden $[CE]$ yüksekliği çizilirse AECD karesi elde edilir. Bu karede
$|DC| = |CE| = |AE| = |AD| = 12$ cm olur.
CEB üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa

$$|CB|^2 = |CE|^2 + |EB|^2 \Rightarrow 13^2 = 12^2 + |EB|^2$$
$$\Rightarrow |EB|^2 = 169 - 144$$
$$\Rightarrow |EB|^2 = 25$$
$$\Rightarrow |EB| = 5 \text{ cm olur.}$$

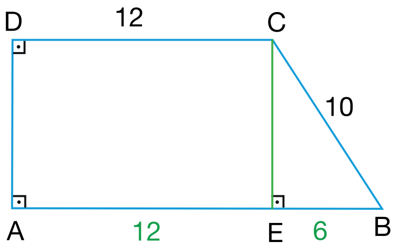
Bu durumda $|AB| = |AE| + |EB| \Rightarrow |AB| = 12 + 5 = 17$ cm bulunur.

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD dik yamuğunda
$[AB] \parallel [DC]$, $[AD] \perp [AB]$, $[AD] \perp [DC]$
$|BC| = 10$ cm
$|AB| = 18$ cm
$|CD| = 12$ cm
olduğuna göre ABCD yamuğunun çevresinin kaç santimetre ve alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD dik yamuğunda C köşesinden $[CE]$ yüksekliği çizilirse AECD dikdörtgeni elde edilir. Bu dikdörtgende $|DC| = |AE| = 12$ cm olur.

$|AB| = |AE| + |EB| \Rightarrow 18 = 12 + |EB|$
$\Rightarrow |EB| = 6$ cm olur.

CEB üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa

$$|CE|^2 + |EB|^2 = |BC|^2 \Rightarrow |CE|^2 + 6^2 = 10^2$$
$$\Rightarrow |CE|^2 = 100 - 36$$
$$\Rightarrow |CE|^2 = 64$$
$$\Rightarrow |CE| = 8 \text{ cm olur.}$$

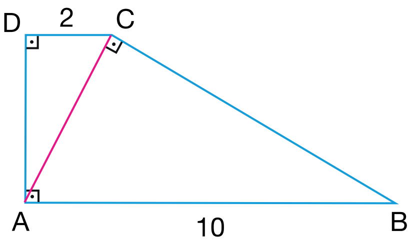
AECD dikdörtgeninde $|AD| = |CE| = 8$ cm olur. O hâlde ABCD dik yamuğunun çevresi

$|AB| + |BC| + |CD| + |AD| = 18 + 10 + 12 + 8 = 48$ cm bulunur.

Bu durumda taban uzunlukları $|AB| = 18$ cm, $|DC| = 12$ cm ve yüksekliği $|CE| = 8$ cm olan ABCD yamuğunun alanı

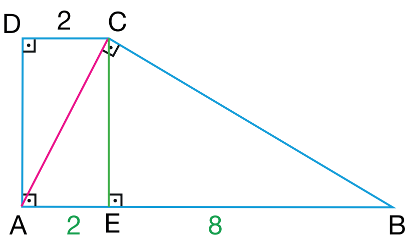
$$A(ABCD) = \frac{|AB| + |DC|}{2} \cdot h$$
$$= \frac{18 + 12}{2} \cdot 8$$
$$= 15 \cdot 8$$
$$= 120 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD dik yamuğunda
$[AB] \parallel [DC]$, $[AD] \perp [AB]$, $[AD] \perp [DC]$, $[AC] \perp [BC]$
$|CD| = 2$ cm
$|AB| = 10$ cm
olduğuna göre ABCD yamuğunun alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

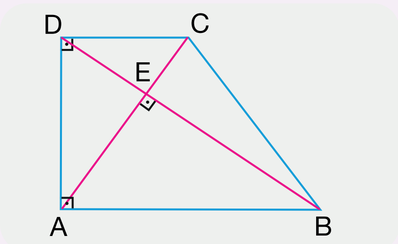


ABCD dik yamuğunda C köşesinden $[CE]$ yüksekliği çizilirse AECD dikdörtgeni elde edilir. Bu dikdörtgende
$|DC| = |AE| = 2$ cm olur.
$|AB| = |AE| + |EB| \Rightarrow 10 = 2 + |EB|$
$\Rightarrow |EB| = 8$ cm olur.
CAB üçgeninde Öklid teoremi uygulanırsa
$|CE|^2 = |AE| \cdot |EB| \Rightarrow |CE|^2 = 2 \cdot 8$
$\Rightarrow |CE| = 4$ cm olur.

Bu durumda taban uzunlukları $|AB| = 10$ cm, $|DC| = 2$ cm ve yüksekliği $|CE| = 4$ cm olan ABCD yamuğunun alanı

$$A(ABCD) = \frac{|AB| + |DC|}{2} \cdot h = \frac{10 + 2}{2} \cdot 4 = 24 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

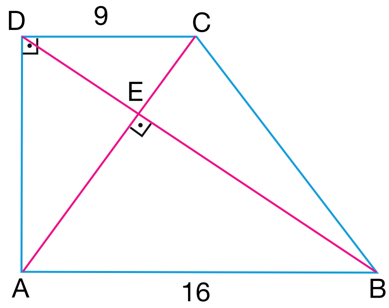
Özellik



ABCD dik yamuğunda, $[AB] \parallel [DC]$,
$[AD] \perp [AB]$, $[AD] \perp [DC]$, $[AC]$ ve $[BD]$ köşegenlerdir.

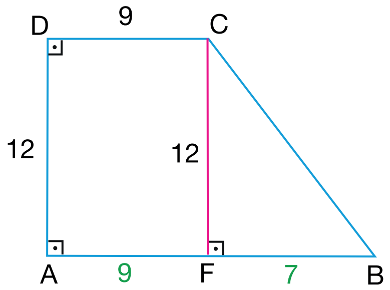
$[AC] \perp [BD]$ ise $|\mathbf{AD}|^2 = |\mathbf{AB}| \cdot |\mathbf{DC}|$ olur.

ÖRNEK



Yanda verilen ABCD dik yamuğunda
$[AC]$ ve $[BD]$ köşegen
$[AB] \parallel [DC]$, $[AD] \perp [AB]$, $[AD] \perp [DC]$, $[AC] \perp [BD]$
$|DC| = 9$ cm
$|AB| = 16$ cm
olduğuna göre ABCD yamuğunun alanının kaç santimetrekare ve $|BC|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



ABCD dik yamuğunun köşegenleri dik kesiştiğinden

$$|AD|^2 = |AB| \cdot |DC| \Rightarrow |AD|^2 = 16 \cdot 9$$
$$\Rightarrow |AD|^2 = 144$$
$$\Rightarrow |AD| = 12 \text{ cm olur.}$$

Bu durumda taban uzunlukları $|AB| = 16$ cm, $|DC| = 9$ cm ve yüksekliği $|AD| = 12$ cm olan ABCD yamuğunun alanı

$$A(ABCD) = \frac{|AB| + |DC|}{2} \cdot h \Rightarrow A(ABCD) = \frac{16+9}{2} \cdot 12$$
$$\Rightarrow A(ABCD) = \frac{25}{2} \cdot 12$$
$$\Rightarrow A(ABCD) = 150 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

ABCD dik yamuğunda C noktasından $[CF]$ yüksekliği çizilirse AFCD dikdörtgeni ve CFB dik üçgeni elde edilir. AFCD dikdörtgeninde

$|AD| = |CF| = 12$ cm ve $|DC| = |AF| = 9$ cm olur.

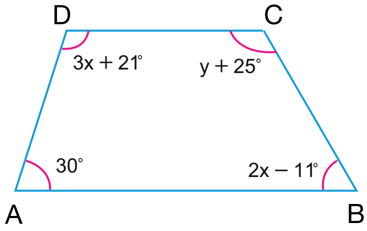
$|AB| = |AF| + |FB| \Rightarrow 16 = 9 + |FB| \Rightarrow |FB| = 7$ cm olur.

CFB üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa

$$|CB|^2 = |CF|^2 + |FB|^2 \Rightarrow |CB|^2 = 12^2 + 7^2$$
$$\Rightarrow |CB|^2 = 144 + 49$$
$$\Rightarrow |CB|^2 = 193$$
$$\Rightarrow |CB| = \sqrt{193} \text{ cm bulunur.}$$

ALIŞTIRMALAR

1.



ABCD yamuğunda

[AB] // [DC]

$m(\widehat{A}) = 30^\circ$

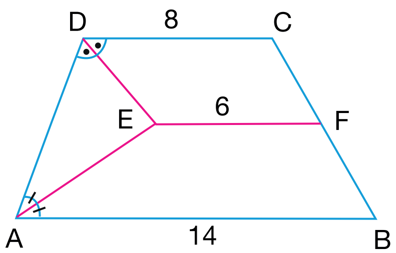
$m(\widehat{B}) = 2x - 11^\circ$

$m(\widehat{C}) = y + 25^\circ$

$m(\widehat{D}) = 3x + 21^\circ$

olduğuna göre $x + y$ değerinin kaç derece olduğunu bulunuz.

2.



Yukarıda verilen ABCD yamuğunda

[AB] // [DC] // [EF]

F ∈ [BC]

$m(\widehat{CDE}) = m(\widehat{EDA})$

$m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{EAB})$

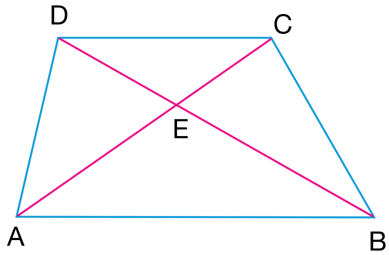
|DC| = 8 cm

|AB| = 14 cm

|EF| = 6 cm

olduğuna göre |AD| nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

3.



ABCD yamuğunda [AC] ve [BD] köşegen

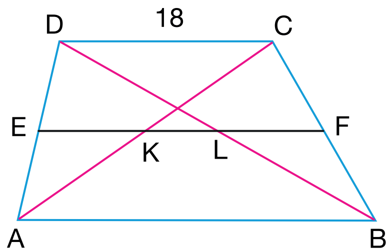
[AB] // [DC]

2·|BE| = 3·|ED|

|CD| = 12 cm

olduğuna göre |AB| nun kaç santimetre bulunuz.

4.



Yanda verilen ABCD yamuğunda [AC] ve [BD] köşegen, [EF] orta taban

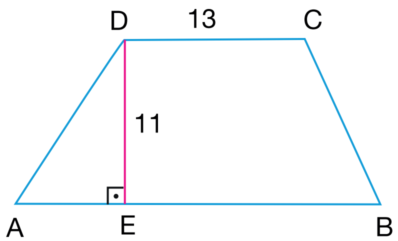
[AB] // [DC] // [EF]

|DC| = 18 cm

|KL| = 4 cm

olduğuna göre |AB| nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

5.



Yukarıda verilen ABCD yamuğunda

$[AB] \parallel [DC]$

$[AB] \perp [DE]$

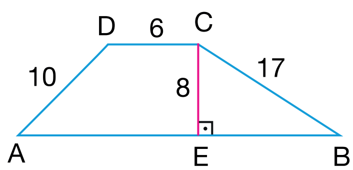
$|DC| = 13$ cm

$|DE| = 11$ cm

$A(ABCD) = 198$ cm^2

olduğuna göre $|AB|$ nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

6.



Yukarıda verilen ABCD yamuğunda

$[AB] \parallel [DC]$

$|DC| = 6$ cm

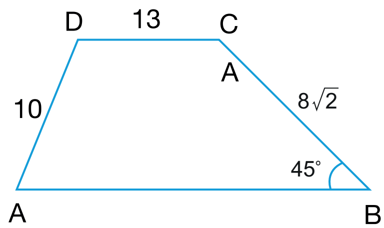
$|AD| = 10$ cm

$|CE| = 8$ cm

$|BC| = 17$ cm

olduğuna göre ABCD yamuğunun alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

7.



Yukarıda verilen ABCD yamuğunda

$[AB] \parallel [DC]$

$m(\widehat{ABC}) = 45^\circ$

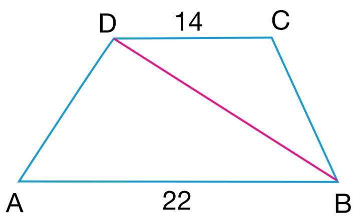
$|DC| = 13$ cm

$|AD| = 10$ cm

$|BC| = 8\sqrt{2}$ cm

olduğuna göre ABCD yamuğunun alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

8.



Yukarıda verilen ABCD yamuğunda

$[AB] \parallel [DC]$

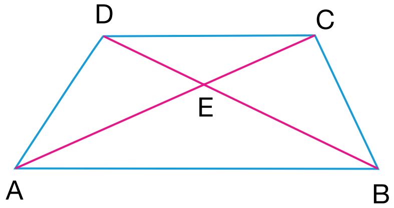
$|DC| = 14$ cm

$|AB| = 22$ cm

$A(\widehat{ABD}) = 110$ cm^2

olduğuna göre ABCD yamuğunun alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

9.



ABCD yamuğunda $[AC]$ ve $[BD]$ köşegen

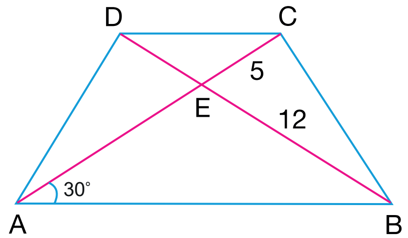
$[AB] \parallel [DC]$

$A(\widehat{AEB}) = 18\ cm^2$

$A(\widehat{DEC}) = 8\ cm^2$

olduğuna göre ABCD yamuğunun alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

10.



Yukarıda verilen ABCD ikizkenar yamuğunda

$[AB] \parallel [DC]$

$|AD| = |BC|$

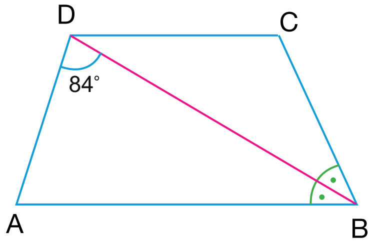
$|BE| = 12\ cm$

$|CE| = 5\ cm$

$m(\widehat{BAC}) = 30°$

olduğuna göre AED üçgeninin alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

11.



Yukarıda verilen ABCD ikizkenar yamuğunda

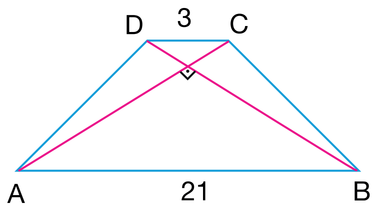
$[AB] \parallel [DC]$

$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{CBD})$

$m(\widehat{ADB}) = 84°$

olduğuna göre $m(\widehat{BCD})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

12.



ABCD ikizkenar yamuğunda

$[AC]$ ve $[BD]$ köşegen

$[AB] \parallel [DC]$, $[AC] \perp [BD]$

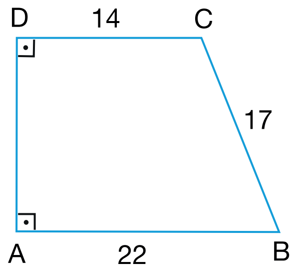
$|AD| = |BC|$

$|AB| = 21\ cm$

$|DC| = 3\ cm$

olduğuna göre ABCD yamuğunun alanının kaç santimetrekare ve çevresinin kaç santimetre olduğunu bulunuz.

13.



Yukarıda verilen ABCD dik yamuğunda

[AB] // [DC], [AD] ⊥ [AB], [AD] ⊥ [DC]

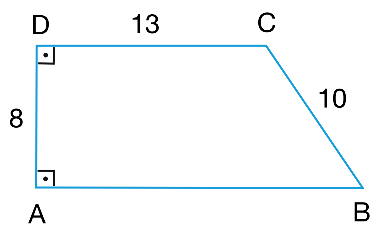
|BC| = 17 cm

|AB| = 22 cm

|DC| = 14 cm

olduğuna göre ABCD yamuğunun çevresinin kaç santimetre ve alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

14.



Yukarıda verilen ABCD dik yamuğunda

[AB] // [DC], [AD] ⊥ [AB], [AD] ⊥ [DC]

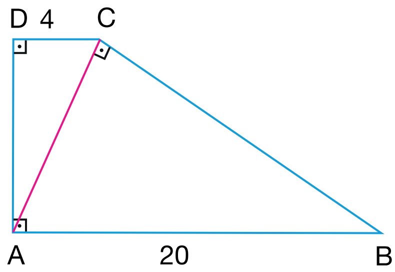
|AD| = 8 cm

|DC| = 13 cm

|BC| = 10 cm

olduğuna göre |AB| nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

15.



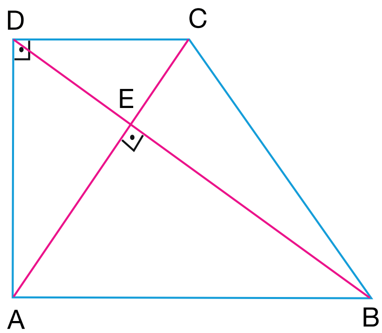
Yukarıda verilen ABCD dik yamuğunda

[AB] // [DC], [AD] ⊥ [AB], [AD] ⊥ [DC],

[AC] ⊥ [BC], |DC| = 4 cm ve |AB| = 20 cm

olduğuna göre ABCD yamuğunun alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

16.



Yukarıda verilen ABCD dik yamuğunda

[AC] ve [BD] köşegen

[AB] // [DC]

[AD] ⊥ [AB]

[AD] ⊥ [DC]

[AC] ⊥ [BD]

|DC| = 16 cm

|AB| = 25 cm

olduğuna göre ABCD yamuğunun alanının kaç santimetrekare ve |BC| nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

A) 1-5. cümlelerde boş bırakılan yerlere uygun değerleri yazınız.

1. Bir köşesinden 4 tane köşegen çizilebilen bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı .... derecedir.

2. İç açılarının ölçüleri toplamı 1620° olan bir çokgen .... kenarlıdır.

3. İç açılarının ölçüleri toplamı, dış açılarının ölçüleri toplamının 9 katı olan çokgen .... kenalıdır.

4. Bir düzgün dokuzgenin bir dış açısının ölçüsü .... derecedir.

5. Bir iç açısının ölçüsü bir dış açısının ölçüsünün 11 katı olan düzgün çokgen .... kenarlıdır.

B) 6. soruda verilen ifadelerden doğru olanların başına D, yanlış olanların başına Y yazınız.

6. ( ) Dikdörtgende köşegen uzunlukları birbirine eşittir ve birbirini ortalar.

( ) Köşegen uzunluğu $7\sqrt{2}$ cm olan bir karenin çevresi 28 cm, alanı 112 cm^2 dir.

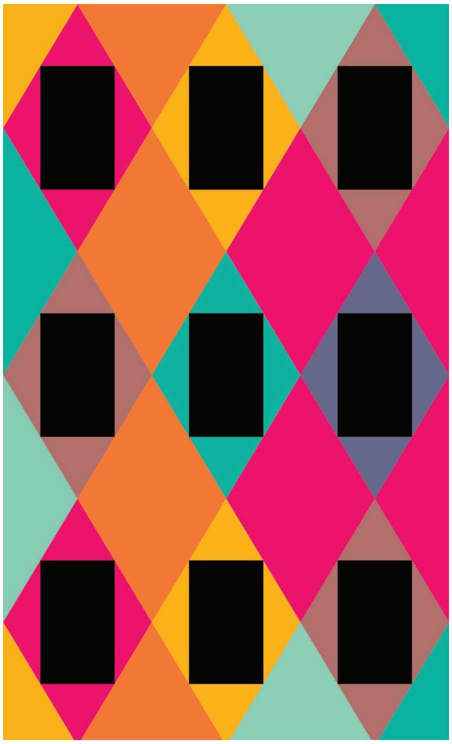
( ) Köşegen uzunlukları 8 cm ve 14 cm olan bir deltoidin alanı 56 cm^2 dir.

( ) Bir ABCD paralelkenarının alanı, bir kenarı ile o kenara ait yüksekliğin çarpımına eşittir.

( ) Köşegen uzunlukları 18 cm ve 24 cm olan bir eşkenar dörtgenin çevresi 60 cm, alanı 216 cm^2 dir.

( ) Alanı 64 cm^2 olan bir karenin köşegen uzunluğu 8 cm dir.

C) 7- 9. soruları aşağıda verilen bilgilere göre cevaplayınız.



Yukarıda kısa kenarı 180 cm, uzun kenarı 240 cm olan dikdörtgen şeklinde bir halı verilmiştir.

Halı üzerinde şekildeki gibi birbirine eş eşkenar dörtgenlerle desenler oluşturulmuştur.

Bu eşkenar dörtgen biçimindeki desenlerin 9 tanesinin içinde eşkenar dörtgenin her bir kenarının orta noktalarının birleşiminden oluşan siyah dikdörtgenler bulunmaktadır.

Verilen bilgilere göre

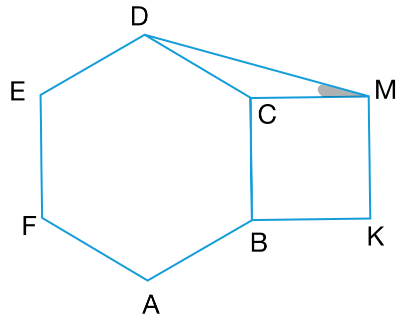
7. Halının eşkenar dörtgen şeklindeki desenlerinin her birinin alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

8. Eşkenar dörtgen şeklindeki desenlerin içinde bulunan her bir siyah dikdörtgenin alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

9. Bu halı iki parça olacak şekilde kestirilmektedir. Halının bir parçası alanı en büyük olan kare şeklinde ise kalan parçanın köşegen uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.

Ç) ***10-49. çoktan seçmeli soruların doğru seçeneklerini işaretleyiniz.***

10.

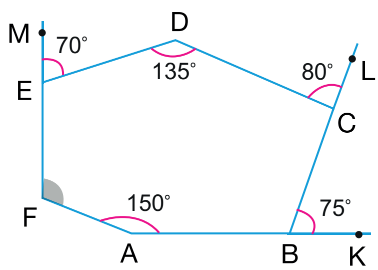


Yukarıda ABCDEF düzgün altıgeni ile BKMC karesi verilmiştir.

Buna göre $m(\widehat{CMD})$ kaç derecedir?

A) 10° **B)** 15° **C)** 20° **D)** 25° **E)** 30°

11.



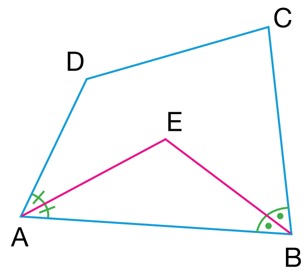
Yukarıda verilen ABCDEF altıgeninde A, B, K noktaları; B, C, L noktaları ve F, E, M noktaları doğrusaldır.

$m(\widehat{FAB}) = 150^\circ$
$m(\widehat{CBK}) = 75^\circ$
$m(\widehat{DCL}) = 80^\circ$
$m(\widehat{CDE}) = 135^\circ$
$m(\widehat{DEM}) = 70^\circ$

olduğuna göre $m(\widehat{AFE})$ kaç derecedir?

A) 105° **B)** 110° **C)** 115° **D)** 120° **E)** 125°

12.



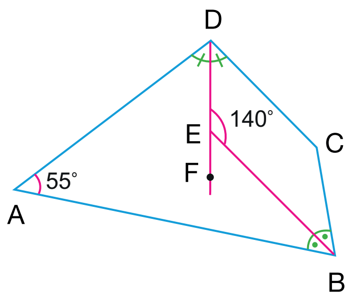
Yukarıda verilen ABCD dörtgeninde [AE], BAD açısının ve [BE], ABC açısının açıortayıdır.

$m(\widehat{BCD}) = 85^\circ$
$m(\widehat{ADC}) = 115^\circ$

olduğuna göre $m(\widehat{AEB})$ kaç derecedir?

A) 95° **B)** 100° **C)** 105° **D)** 110° **E)** 115°

13.



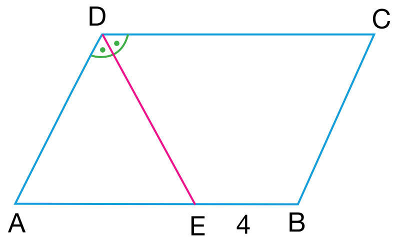
Yukarıda verilen ABCD dörtgeninde [DE], ADC açısının ve [BE], ABC açısının açıortayıdır.

$m(\widehat{BAD}) = 55^\circ$
$m(\widehat{BED}) = 140^\circ$

olduğuna göre $m(\widehat{BCD})$ kaç derecedir?

A) 115° **B)** 120° **C)** 125° **D)** 130° **E)** 135°

14.



Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında $[DE]$, ADC açısının açıortayıdır.

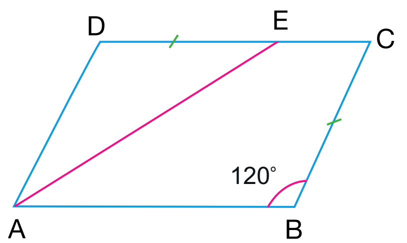
$2 \cdot |AB| = 3 \cdot |AD|$

$|EB| = 4$ cm

olduğuna göre $|CD|$ kaç cm dir?

A) 10 **B)** 11 **C)** 12 **D)** 13 **E)** 14

15.



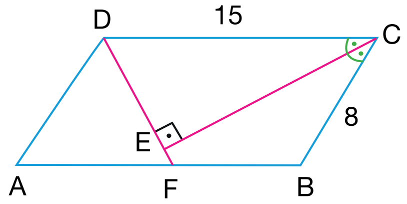
Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında

$|BC| = |DE|$ ve $m(\widehat{ABC}) = 120°$

olduğuna göre $m(\widehat{AEC})$ kaç derecedir?

A) 150° **B)** 140° **C)** 130° **D)** 120° **E)** 110°

16.



Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında $[CE]$, BCD açısının açıortayıdır.

$[CE] \perp [DF]$

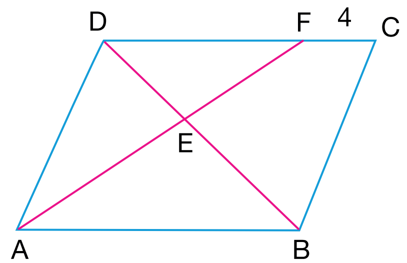
$|BC| = 8$ cm

$|CD| = 15$ cm

olduğuna göre $|BF|$ kaç cm dir?

A) 8 **B)** 7 **C)** 6 **D)** 5 **E)** 4

17.



Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında

$[AF] \cap [BD] = \{E\}$

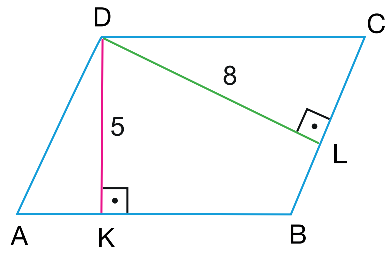
$3 \cdot |AE| = 4 \cdot |EF|$

$|CF| = 4$ cm

olduğuna göre $|AB|$ kaç cm dir?

A) 9 **B)** 12 **C)** 14 **D)** 16 **E)** 18

18.



Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında

$[DK] \perp [AB]$ ve $[DL] \perp [BC]$

$|DK| = 5$ cm

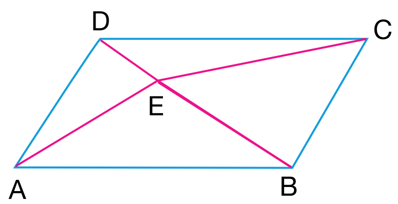
$|DL| = 8$ cm

$Ç(ABCD) = 52$ cm

olduğuna göre $|AB|$ kaç cm dir?

A) 14 **B)** 15 **C)** 16 **D)** 17 **E)** 18

19.



Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında

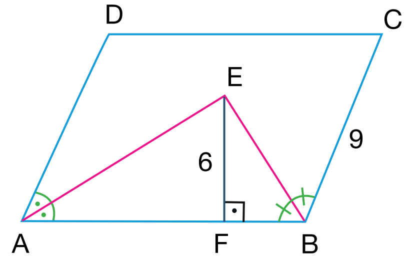
$A(\widehat{BEC}) = 3 \cdot A(\widehat{ADE})$

$A(ABCD) = 72$ cm^2

olduğuna göre $A(\widehat{BEC})$ kaç cm^2 dir?

A) 9 **B)** 18 **C)** 27 **D)** 36 **E)** 54

20.



Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında $[AE]$, DAB açısının ve $[BE]$, ABC açısının açıortayıdır.

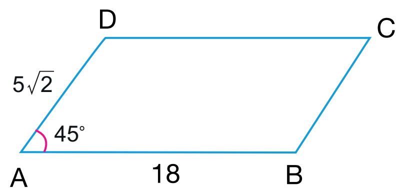
$|BC| = 9$ cm

$|EF| = 6$ cm

olduğuna göre $A(ABCD)$ kaç cm^2 dir?

A) 81 **B)** 90 **C)** 99 **D)** 108 **E)** 117

21.



ABCD paralelkenarında

$|AB| = 18$ cm

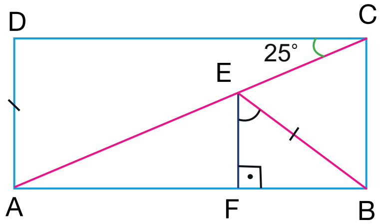
$|AD| = 5\sqrt{2}$ cm

$m(\widehat{DAB}) = 45°$

olduğuna göre $A(ABCD)$ kaç cm^2 dir?

A) 81 **B)** 90 **C)** 99 **D)** 108 **E)** 117

22.



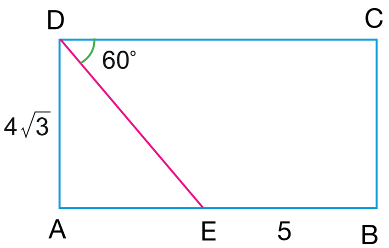
Yukarıda verilen ABCD dikdörtgeninde
$|AD| = |BE|$

$m(\widehat{ACD}) = 25°$

olduğuna göre $m(\widehat{BEF})$ kaç derecedir?

A) 30 **B)** 36 **C)** 40 **D)** 46 **E)** 50

23.



ABCD dikdörtgeninde

$|AD| = 4\sqrt{3}$

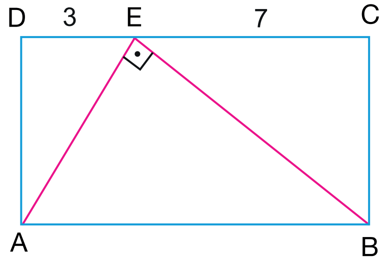
$|BE| = 5$

$m(\widehat{CDE}) = 60°$

olduğuna göre $A(ABCD)$ kaç cm^2 dir?

A) $20\sqrt{3}$ **B)** 36 **C)** $36\sqrt{3}$ **D)** 40 **E)** $40\sqrt{3}$

24.



Yukarıda verilen ABCD dikdörtgeninde

$E \in [DC]$

$|AE| \perp |BE|$

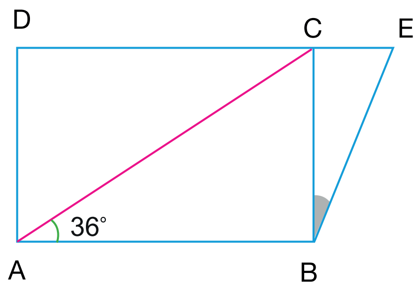
$|DE| = 3$ cm

$|EC| = 7$ cm

olduğuna göre ABCD dikdörtgeninin köşegen uzunluğu kaç cm dir?

A) 11 **B)** 12 **C)** 13 **D)** 14 **E)** 15

25.



Yukarıda verilen ABCD dikdörtgeninde D, C ve E doğrusaldır.

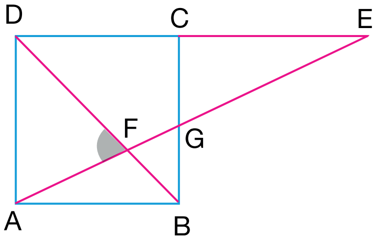
$|AC| = |DE|$

$m(\widehat{BAC}) = 36°$

olduğuna göre $m(\widehat{CBE})$ kaç derecedir?

A) 12 **B)** 18 **C)** 24 **D)** 30 **E)** 36

26.



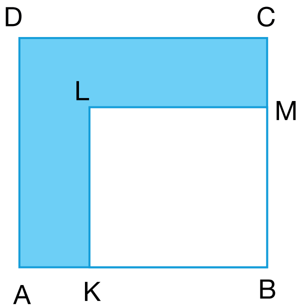
Yukarıda verilen ABCD karesinde $[BD]$ köşegendir.

A, F, G, E noktaları doğrusal ve B, F, D noktaları doğrusaldır.

$|BD| = |CE|$ olduğuna göre $m(\widehat{AFD})$ kaç derecedir?

A) 72 **B)** 67,5 **C)** 56,6 **D)** 45 **E)** 79

27.



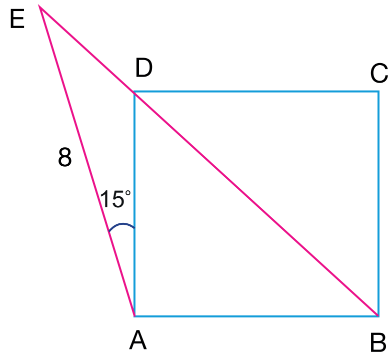
Yukarıda alanı 64 cm^2 olan ABCD karesi ile KBML karesi verilmiştir.

$|AK| = 2$ cm

olduğuna göre boyalı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 16 **B)** 24 **C)** 28 **D)** 36 **E)** 40

28.



Yukarıdaki ABCD karesinde $[BD]$ köşegen; B, D, E noktaları doğrusaldır.

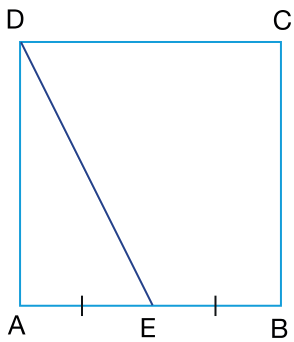
$|AE| = 8$ cm

$m(\widehat{DAE}) = 15°$

olduğuna göre ABCD karesinin alanı kaç cm^2 dir?

A) 16 **B)** 20 **C)** 28 **D)** 32 **E)** 36

29.

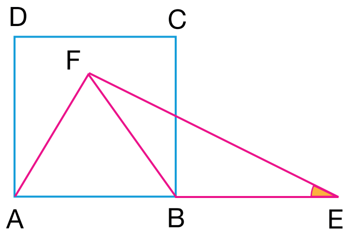


Yukarıda çevresi 24 cm olan ABCD karesi verilmiştir.

$|AE| = |EB|$ olduğuna göre $|DE|$ kaç cm dir?

A) $\sqrt{5}$ **B)** $2\sqrt{5}$ **C)** $3\sqrt{5}$ **D)** $4\sqrt{5}$ **E)** $5\sqrt{5}$

30.



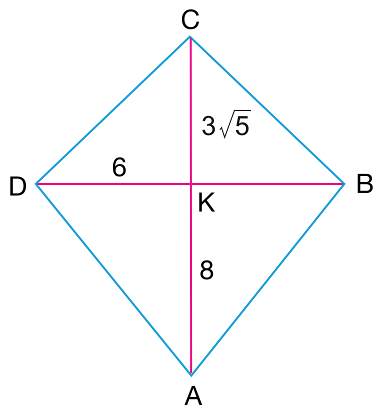
Yukarıda ABCD karesi ile ABF eşkenar üçgeni verilmiştir. A, B, E noktaları doğrusaldır.

$|AD| = |BE|$

olduğuna göre $m(\widehat{BEF})$ nü bulunuz.

A) 15 **B)** 20 **C)** 25 **D)** 30 **E)** 35

31.



ABCD deltoidinde [AC] ve [DB] köşegen

$|DC| = |CB|$

$|AD| = |AB|$

$|DK| = 6$ cm

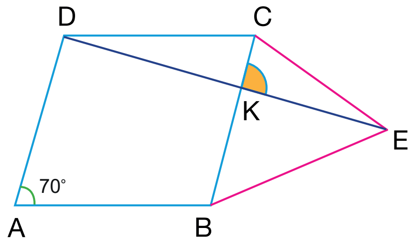
$|KC| = 3\sqrt{5}$ cm

$|AK| = 8$ cm

olduğuna göre ABCD deltoidinin çevresi kaç cm dir?

A) 36 **B)** 38 **C)** 40 **D)** 42 **E)** 44

32.

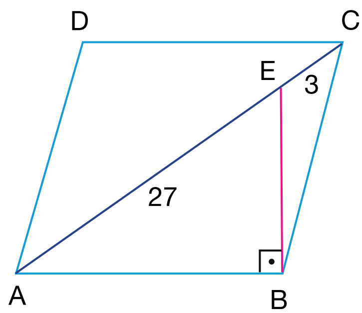


ABCD eşkenar dörtgen ve CBE eşkenar üçgendir. D, K, E noktaları doğrusaldır.

$m(\widehat{BAD}) = 70°$ olduğuna göre $m(\widehat{CKE})$ kaç derecedir?

A) 85 **B)** 90 **C)** 95 **D)** 100 **E)** 105

33.



ABCD eşkenar dörtgeninde [AC] köşegendir.

$[AB] \perp [BE]$

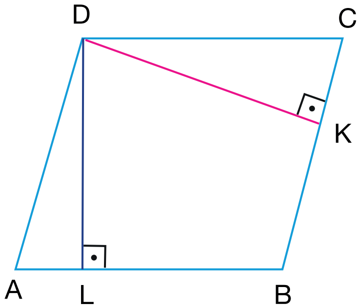
$|EC| = 3$ cm

$|AE| = 27$ cm

olduğuna göre $|BE|$ kaç cm dir?

A) 18 **B)** $18\sqrt{3}$ **C)** 20 **D)** $20\sqrt{3}$ **E)** 24

34.



ABCD eşkenar dörtgeninde

$[AB] \perp [DL]$

$[BC] \perp [DK]$

$|DL| = (4x + 3)$ cm

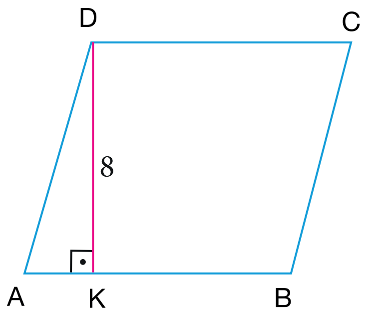
$|DK| = (5x + 2)$ cm

$Ç(ABCD) = 48$ cm

olduğuna göre $A(ABCD)$ kaç cm^2 dir?

A) 60 **B)** 72 **C)** 84 **D)** 96 **E)** 108

35.



ABCD eşkenar dörtgeninde

$[AB] \perp [DK]$

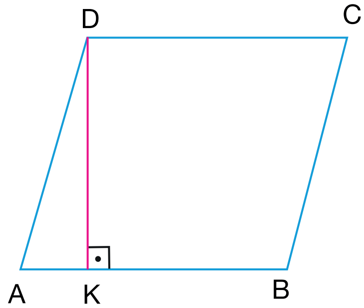
$|DK| = 8$ cm

$Ç(ABCD) = 72$ cm

olduğuna göre $A(ABCD)$ kaç cm^2 dir?

A) 112 **B)** 120 **C)** 128 **D)** 136 **E)** 144

36.



ABCD eşkenar dörtgeninde

$[AB] \perp [DK]$

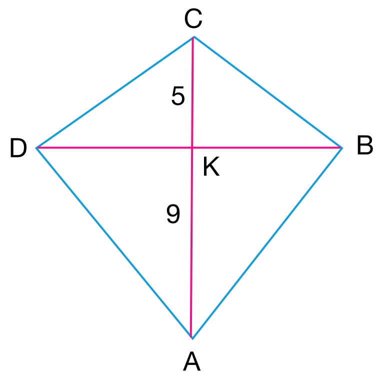
$Ç(ABCD) = 52$ cm

$A(ABCD) = 156$ cm^2

olduğuna göre $|DK|$ kaç cm dir?

A) 11 **B)** 12 **C)** 13 **D)** 14 **E)** 15

37.



ABCD deltoidinde

$|DC| = |CB|$

$|AD| = |AB|$

$|AK| = 9$ cm

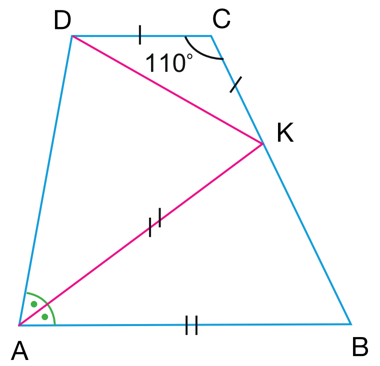
$|KC| = 5$ cm

$m(\widehat{DAB}) = 60°$

olduğuna göre ABCD deltoidinin alanı kaç cm^2 dir?

A) $14\sqrt{3}$ **B)** 21 **C)** $21\sqrt{3}$ **D)** 42 **E)** $42\sqrt{3}$

38.



ABCD yamuğunda

$[AB] \parallel [DC]$

$|DC| = |CK|$

$|AB| = |AK|$

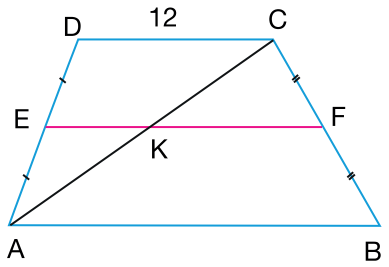
$m(\widehat{BAK}) = m(\widehat{DAK})$

$m(\widehat{C}) = 110°$

olduğuna göre ADK açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 80 **B)** 75 **C)** 70 **D)** 65 **E)** 60

39.



ABCD yamuğunda

$[AB] \parallel [DC]$

$|DC| = 12$ cm

$3 \cdot |EK| = 2 \cdot |KF|$

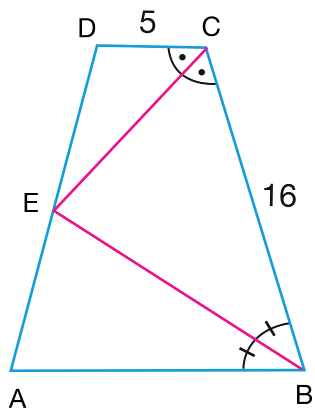
$|AE| = |ED|$

$|BF| = |FC|$

olduğuna göre |AB| kaç cm dir?

A) 8 **B)** 10 **C)** 12 **D)** 16 **E)** 18

40.



Yukarıda verilen ABCD yamuğunda

$[AB] \parallel [DC]$

$E \in [AD]$

$m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{EBC})$

$m(\widehat{DCE}) = m(\widehat{ECB})$

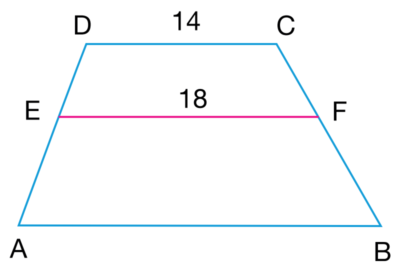
$|DC| = 5$ cm

$|AB| = 16$ cm

olduğuna göre |AB| kaç cm dir?

A) 9 **B)** 10 **C)** 11 **D)** 12 **E)** 13

41.



ABCD yamuğunda

$[AB] \parallel [DC]$

$2 \cdot |AE| = 3 \cdot |ED|$

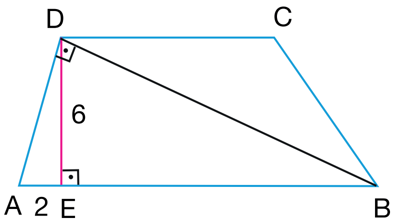
$|CD| = 14$ cm

$|EF| = 18$ cm

olduğuna göre |AB| kaç cm dir?

A) 22 **B)** 24 **C)** 28 **D)** 32 **E)** 36

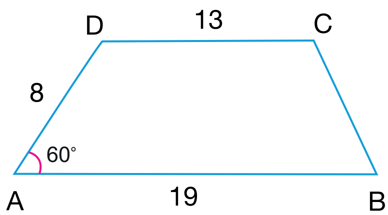
42.



Yukarıda verilen ABCD yamuğunda
$[AB] \parallel [DC]$
$[AD] \perp [BD]$
$[AB] \perp [DE]$
$|DE| = 6$ cm
$|AE| = 2$ cm
$A(ABCD) = 108$ cm^2
olduğuna göre $|CD|$ kaç cm dir?

A) 16 **B)** 18 **C)** 20 **D)** 23 **E)** 26

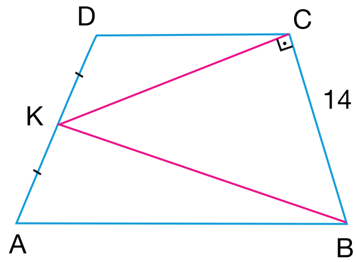
43.



ABCD yamuğunda
$[AB] \parallel [DC]$
$|DC| = 13$ cm
$|AD| = 8$ cm
$|AB| = 19$ cm
$m(\widehat{DAB}) = 60°$
olduğuna göre ABCD yamuğunun alanı cm^2 dir?

A) 64 **B)** $64\sqrt{3}$ **C)** 120 **D)** $120\sqrt{3}$ **E)** 240

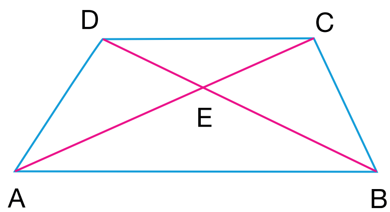
44.



ABCD yamuğunda
$[AB] \parallel [DC]$, $[BC] \perp [KC]$, $|AK| = |KD|$,
$|BC| = 14$ cm ve
$A(ABCD) = 238$ cm^2
olduğuna göre $|KC|$ kaç cm dir?

A) 14 **B)** 15 **C)** 16 **D)** 17 **E)** 18

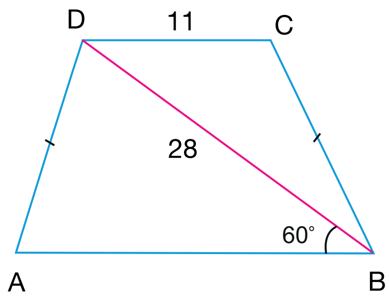
45.



Yukarıda verilen ABCD yamuğunda
$[AC]$ ve $[BD]$ köşegen
$[AB] \parallel [DC]$
$A(\widehat{AEB}) = 4 \cdot A(\widehat{DEC})$
$A(\widehat{ADE}) = 16$ cm^2
olduğuna göre AEB üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

A) 8 **B)** 16 **C)** 24 **D)** 32 **E)** 40

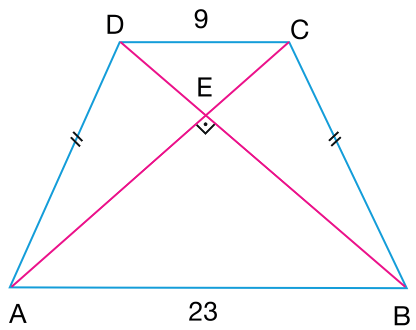
46.



ABCD ikizkenar yamuğunda
$[AB] \parallel [DC]$
$|CD| = 11$ cm
$|BD| = 28$ cm
$m(\widehat{ABD}) = 60°$
olduğuna göre |AB| kaç cm dir?

A) 17 **B)** 18 **C)** 19 **D)** 20 **E)** 21

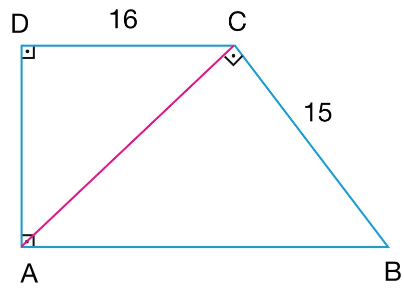
47.



ABCD ikizkenar yamuğunda
[AC] ve [BD] köşegen
$[AB] \parallel [DC]$
$[AC] \perp [BD]$
$|AD| = |BC|$
$|AB| = 23$ cm
$|DC| = 9$ cm
olduğuna göre ABCD yamuğunun alanı cm^2 dir?

A) 196 **B)** 225 **C)** 256 **D)** 289 **E)** 324

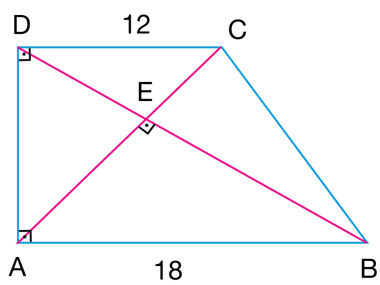
48.



ABCD dik yamuğunda
$[AB] \parallel [DC]$
$[AD] \perp [AB]$, $[AD] \perp [DC]$, $[AC] \perp [CB]$
$|BC| = 15$ cm
$|CD| = 16$ cm
olduğuna göre ABCD yamuğunun alanı cm^2 dir?

A) 123 **B)** 246 **C)** 369 **D)** 492 **E)** 615

49.



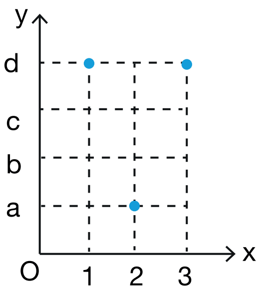
ABCD dik yamuğunda
[AC] ve [BD] köşegen
$[AB] \parallel [DC]$
$[AD] \perp [AB]$, $[AD] \perp [DC]$, $[AC] \perp [BD]$
$|AB| = 18$ cm
$|CD| = 12$ cm
olduğuna göre |BC| kaç cm dir?

A) 6 **B)** $3\sqrt{6}$ **C)** $6\sqrt{6}$ **D)** $6\sqrt{7}$ **E)** 12

Fonksiyonlar Cevap Anahtarı

22. sayfa
Alıştırmalar

1. **a)** $f = \{(1, d),\ (2, a),\ (3, d)\}$



b) Tanım kümesi $A = \{1, 2, 3\}$

Değer kümesi $A = \{a, b, c, d\}$

Görüntü kümesi $f(A) = \{a, d\}$

2. **a)** f fonksiyon belirtmez.

b) g fonksiyon belirtmez.

c) h fonksiyon belirtir.

ç) k fonksiyon belirtir.

3. **a)** f fonksiyondur.

b) g fonksiyon değildir.

c) h fonksiyondur.

ç) k fonksiyon değildir.

d) p fonksiyondur.

e) s fonksiyondur.

f) t fonksiyon değildir.

4. $A = \left\{-3, -\frac{3}{2}, 1, \frac{5}{2}\right\}$

5. $\frac{11}{7}$

6. $3x + 1$

7. 0

8. -7

9. İçine fonksiyondur.

10. Örten fonksiyondur.

11. **a)** f bire bir fonksiyondur.

b) g bire bir fonksiyon değildir.

12. $f = g$

38. sayfa
Alıştırmalar

1. 28

2. $\frac{5}{3}$

3. 2

4. 9

5. **a)** $f + g = \{(-2, -11),\ (3, 14)\}$

b) $f - 2g = \{(-2, 1),\ (3, -4)\}$

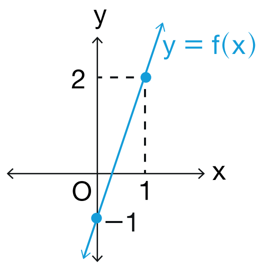
c) $f \cdot g = \{(-2, 28),\ (3, 48)\}$

ç) $\frac{f}{g} = \left\{\left(-2, \frac{7}{4}\right),\ \left(3, \frac{4}{3}\right)\right\}$

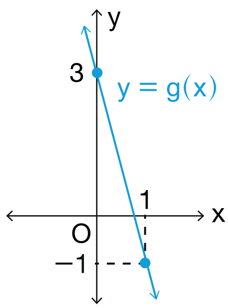
6. $g(x) = 4x + 5$

7. 0

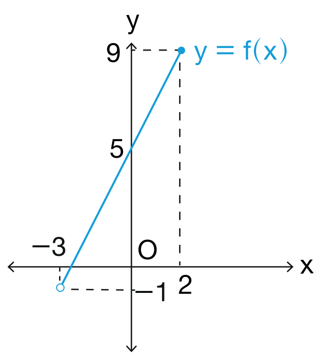
8. **a)**



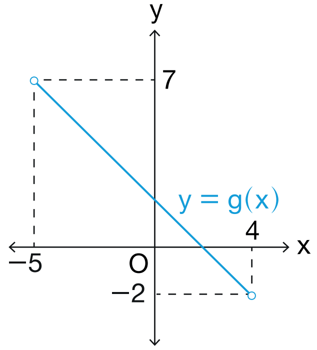
b)



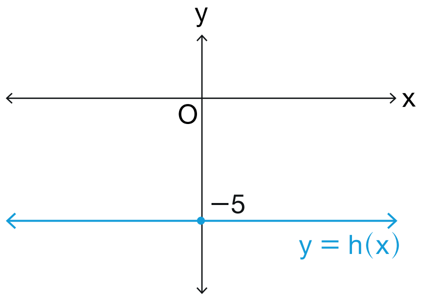
9. **a)**



b)



c)



10. **a)** T.K: $\mathbb{R}$, D.K: $\mathbb{R}$

b) Fonksiyon değildir.

c) T.K : $(-1,4]$, D.K: $[-2,3)$

ç) TK: $(-3,2]$, D.K: $(-1,4]$

11. **a)** f fonksiyon belirtir.

b) g fonksiyon belirtmez.

c) h fonksiyon belirtmez.

ç) k fonksiyon belirtmez.

12. $Ç = \{-5,-1,4,7\}$

13. $(1,0)$

40. sayfa
Ölçme ve Değerlendirme

A)

1. tanım, değer
2. içine
3. birim fonksiyon
4. örten
5. düşey doğru testi

B)

6. **(D)** Bir fonksiyon, tanım kümesinin her bir elemanını değer kümesinin bir elemanı ile eşler.

(Y) $f:\mathbb{N}\rightarrow\mathbb{N},\ f(x)=x-1$ ifadesi verilen tanım aralığında bir fonksiyon belirtir.

(D) Bir fonksiyonda değer kümesinde açıkta eleman kalmıyorsa bu fonksiyon örtendir.

(Y) Aynı tanım kümesine sahip iki farklı fonksiyonun değer kümeleri aynı ise bu fonksiyonlar eşit fonksiyonlardır.

(D) Birim fonksiyonun tanım kümesi ile görüntü kümesi eşittir.

(Y) $f:\mathbb{N}\rightarrow\mathbb{N},\ f(x)=x+3$ kuralı ile verilen f fonksiyonu bire bir ve örtendir.

(D) Birim fonksiyonun tanım kümesi ile görüntü kümesi eşittir.

(D) Bir fonksiyonda değer kümesinde en az bir eleman açıkta kalıyorsa bu fonksiyon içine fonksiyondur.

7. -4
8. 4
9. 2
10. 7
11. E
12. A
13. B
14. E
15. B
16. D
17. C
18. E
19. A
20. A
21. A
22. A
23. C
24. D
25. C
26. C
27. E
28. C
29. C
30. B
31. C
32. C
33. B
34. A
35. D
36. A
37. D
38. C
39. C
40. B
41. B
42. A
43. C

Çokgenler ve Dörtgenler Cevap Anahtarı

57. sayfa
Alıştırmalar

1. (D) $\widehat{DEL}$ çokgenin bir dış açısıdır.
   (Y) Çokgenin 2 tane dış açısı vardır.
   (Y) $\widehat{DEB}$ çokgenin bir iç açısıdır.
   (D) $[EB]$ çokgenin bir köşegenidir.
   (Y) Çokgenin 9 tane iç açısı vardır.
   (D) Çokgenin iç açıları ölçüleri toplamı 540° dir.
2. 7
3. 100°
4. 170°
5. 95°
6. 6
7. 75°
8. 24°

62. sayfa
Alıştırmalar

1. 145°
2. 65°
3. 30°
4. 125°
5. 140°
6. 13 cm

71. sayfa
Alıştırmalar

1. 10
2. 7 cm
3. 116°
4. 35°
5. 16 cm
6. 11
7. 6 cm
8. 10 cm
9. 90 cm^2
10. 120 cm^2
11. 78 cm^2
12. 80 cm^2

78. sayfa
Alıştırmalar

1. Çevre = 68 cm
   Alan = 240 cm^2
   Köşegen uzunluğu = 26 cm
2. Çevre = 42 cm
   Alan = 98 cm^2
3. Çevre = 280 cm
   Alan = 4800 cm^2
4. 20°
5. Çevre = 28 cm
   Alan = 40 cm^2
6. 60°

85. sayfa
Alıştırmalar

1. Çevre = 36 cm
   Köşegen uzunluğu = $9\sqrt{2}$ cm
2. Alan = 49 cm^2
   Köşegen uzunluğu = $7\sqrt{2}$ cm
3. Çevre = 40 cm
   Alan = 100 cm^2
4. 57 cm^2
5. $5\sqrt{5}$ cm
6. 2 cm
7. $22,5^\circ$
8. 15°

91. sayfa
Alıştırmalar

1. Çevre = 52 cm
   Alan = 120 cm^2
2. 64 cm
3. 600 cm^2
4. 30°
5. 80 cm
6. 216 cm^2
7. 8 cm

97. sayfa
Alıştırmalar

1. $96\ cm^2$
2. 21 cm
3. 21 cm
4. Çevre $= 84$ cm
   Alan $= 420\ cm^2$
5. Çevre $= (8 + 8\sqrt{3})$ cm
   Alan $= 16\sqrt{3}\ cm^2$

117. sayfa
Alıştırmalar

1. 123°
2. 10 cm
3. 18 cm
4. 26 cm
5. 23 cm
6. $132\ cm^2$
7. $160\ cm^2$
8. $180\ cm^2$
9. $50\ cm^2$
10. $15\sqrt{3}\ cm^2$
11. 116°
12. Alan $= 144\ cm^2$
    Çevre $= 54$ cm
13. Çevre $= 68$ cm
    Alan $= 270\ cm^2$
14. 19 cm
15. $192\ cm^2$
16. Alan $= 410\ cm^2$
    $|BC| = \sqrt{481}$ cm

121. sayfa
Ölçme ve Değerlendirme

A)

1. 900
2. 11
3. 20
4. 40
5. 24
6. (D) Dikdörtgende köşegen uzunlukları birbirine eşittir ve birbirini ortalar.
   (Y) Köşegen uzunluğu $7\sqrt{2}$ cm olan bir karenin çevresi 28 cm, alanı 112 cm^2 dir.
   (D) Köşegen uzunlukları 8 cm ve 14 cm olan bir deltoidin alanı 56 cm^2 dir.
   (D) Bir ABCD paralelkenarının alanı, bir kenarı ile o kenara ait yüksekliğin çarpımına eşittir.
   (D) Köşegen uzunlukları 18 cm ve 24 cm olan bir eşkenar dörtgenin çevresi 60 cm, alanı 216 cm^2 dir.
   (Y) Alanı 64 cm^2 olan bir karenin köşegen uzunluğu 8 cm dir.
7. 2400 cm^2
8. 1200 cm^2
9. $60\sqrt{10}$ cm

10. B	23. C	36. B
11. D	24. A	37. E
12. B	25. B	38. D
13. E	26. B	39. E
14. C	27. C	40. C
15. A	28. D	41. B
16. B	29. C	42. A
17. D	30. D	43. B
18. C	31. B	44. D
19. C	32. C	45. D
20. D	33. A	46. A
21. B	34. C	47. C
22. E	35. E	48. B
		49. D

SÖZLÜK

-A-

açı : Başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşimi.

alan : Bir bölgenin düzlemde kapladığı yer veya bir yüzey parçasına karşılık gelen pozitif sayı.

analitik düzlem : Dik koordinat sisteminin belirttiği düzlem.

apsis : Koordinat sistemindeki bir noktanın birinci bileşeni.

-B-

bire bir fonksiyon : Tanım kümesindeki her elemanı değer kümesindeki farklı bir elemanla eşleyen fonksiyon.

bire bir örten fonksiyon : Hem bire bir hem de örten olan fonksiyon.

birim fonksiyon : Tanım kümesindeki her elemanın görüntüsü kendisine eşit olan fonksiyon.

boş küme : Hiç elemanı olmayan küme.

-Ç-

çevre : Kapalı bir şeklin kenar uzunlukları toplamı veya kapalı bir eğrinin uzunluğu.

çokgen : Bir düzlemde en az üçü doğrusal olmayan en az üç noktanın birbirini kesmeyecek şekilde ikişer ikişer birleştirilmesiyle oluşan kapalı düzlemsel şekil.

çözüm kümesi : Bir denklemi veya eşitsizliği sağlayan sayıların kümesi.

-D-

değer kümesi : A dan B ye tanımlanmış bir fonksiyonda B kümesine verilen ad.

deltoid : Komşu iki çift eşkenarı bulunan fakat karşılıklı kenarları eş olmayan dörtgen.

denklem : İçerisinde bilinmeyen bulunan ve bu bilinmeyenin bazı değerleri için sağlanan eşitlik.

dik yamuk : Paralel olmayan kenarlarından biri kenarlara dik olan yamuk.

düzgün çokgen : Tüm kenar uzunlukları ve tüm açılarının ölçüleri eşit olan çokgen.

-E-

eşit fonksiyon : $f, g: A \rightarrow B$ ve her $x \in A$ için $f(x) = g(x) \in B$ olan f ile g fonksiyonları.

eşkenar dörtgen : Dört kenarı eş olan paralelkenar.

-F-

fonksiyon : Tanım kümesindeki her elemanı, değer kümesindeki bir ve yalnız bir elemana eşleyen bir bağıntı.

fonksiyonun grafiği : Fonksiyona ait ikililerin analitik düzlemde meydana getirdiği şekil.

-İ-

ikizkenar yamuk : Paralel olmayan iki kenarı eş olan yamuk.

-K-

kare : Açıları dik açı olan eşkenar dörtgen.

köşe : Bir çokgenin ardışık iki kenarının veya bir prizmanın ayrıtlarının kesişme noktası.

köşegen : Bir çokgenin ardışık olmayan iki köşesini birleştiren doğru parçası.

-O-

ordinat : Koordinat sistemindeki bir noktanın ikinci bileşeni.

-Ö-

örten fonksiyon : Değer kümesinde eşleşmeyen elemanı kalmayan fonksiyon.

-P-

paralelkenar : Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen.

-S-

sabit fonksiyon : Görüntü kümesi yalnız bir elemandan oluşan fonksiyon.

sabit terim : $P(x)$ polinomunda x ten bağımsız olan terim.

-T-

tanım kümesi : Bir fonksiyonu tanımlı yapan ve o fonksiyonun bağımsız değişkenlerinin ait olduğu küme.

-Y-

yamuk : En az iki kenarı paralel olan konveks dörtgen.

KAYNAKÇA

- Argün, Z., ArıkanT., Bulut, S. (2014). Matematik Kavramların Künyesi.
- Türkçe Sözlük. (2011). 11. Baskı. Ankara. TDK Yayınları.
- Yabancı Sözlere Karşılıklar Kılavuzu. (2008). Ankara. TDK Yayınları.
- Yazım Kılavuzu. (2012). 27. Baskı. Ankara. TDK Yayınları.
- Bayazit, İ., Aksoy, Y. (2013). Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi.
- T.C. Millî Eğitim Bakanlığı (2020). Mesleki ve Teknik Eğitim Merkezleri Matematik Dersi 9, 10, 11 ve 12. Sınıflar Öğretim Programı.

Bu kitabın genel ağ kaynakçası ile görsel kaynakçası için karekodu okutalım.